Travaux pratiques 8 : Méthode des rectangles -24-05-12-
Terminale S2, 2011-2012, Y. Angeli

Exercice 1.

Écrire l'algorithme d'un programme qui affiche un encadrement d'amplitude 10^{-4} de la constante gamma d'Euler (voir feuille d'exercices 31).

Exercice 2.

Soit f une fonction continue, et croissante sur un intervalle $[a, b]$ avec $a < b$.
Soit $n \in \mathbb{N} - \{0\}$. On divise l'intervalle $[a; b]$ en n intervalles de même longueur.

1. Soit k entier tel que $0 \leq k \leq n-1$. Prouver que pour $x \in \left[a + \frac{k(b-a)}{n}; a + \frac{(k+1)(b-a)}{n}\right]$,

$$\frac{b-a}{n} f\left(a + \frac{k(b-a)}{n}\right) \leq \int_{\frac{k(b-a)}{n}}^{a+\frac{(k+1)(b-a)}{n}} f(x)dx \leq \frac{b-a}{n} f\left(a + \frac{(k+1)(b-a)}{n}\right)$$

2. En déduire :

$$\frac{b-a}{n} \sum_{k=0}^{n-1} f\left(a + \frac{k(b-a)}{n}\right) \leq \int_a^b f(x)dx \leq \frac{b-a}{n} \sum_{k=0}^{n-1} f\left(a + \frac{(k+1)(b-a)}{n}\right)$$

3. Faire un dessin et interpréter cette inégalité en terme d'aires pour une fonction f positive.
4. Écrire l'algorithme d'un programme qui prend en entrée : la fonction f, l'entier n et les deux réels a et b et qui affiche le membre de droite de l'inégalité.
5. Programmer cet algorithme à la calculatrice. (la fonction sera entrée au préalable dans Y_1, que l'on peut invoquer via le menu [VAR]-[Fonc])
6. Affiner le programme pour qu'il affiche un encadrement de l'intégrale.
7. Quelle est l'amplitude de cet encadrement ?