

TRAVAUX PRATIQUES 6 : SUITE DE SYRACUSE -03-05-12-
Terminale S2, 2011-2012, Y. Angeli

Une suite de Syracuse est une suite (u_n) définie par un terme initial $u_0 \in \mathbb{N}$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$ par la relation de récurrence :]

$$u_{n+1} = \begin{cases} \frac{u_n}{2} & \text{si } u_n \text{ est pair} \\ 3u_n + 1 & \text{si } u_n \text{ est impair} \end{cases}$$

1. Compléter le tableau suivant des termes de suites de Syracuse définies par différents termes initiaux :

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|-------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|
| n | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 |
| u_n | 4 | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| u_n | 5 | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| u_n | 6 | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| u_n | 7 | | | | | | | | | | | | | | | | | |

2. Émettre une conjecture :

« à partir d'un certain rang se reproduit la séquence de termes »

Cette conjecture a été formulée en 1928 par le mathématicien allemand Lothar Collatz, puis présentée à un colloque de l'université de Syracuse (état de New-York) en 1958. Elle a fait l'objet de nombreuses recherches, mais personne ne l'a, à ce jour, prouvée ou infirmée.

3. Que fait le programme suivant : (ne pas saisir le programme, mais tester plusieurs valeurs de U puis expliquer rigoureusement l'effet du programme)

Programme « PR »

| | |
|-----------------------|-------------------------|
| <u>Variable</u> | U de type entier |
| <u>Initialisation</u> | $U := 0$ |
| <u>Traitement</u> : | Saisir U |
| | Si Ent($U/2$) = $U/2$ |
| | Alors |
| | Afficher "P" |
| | Fin Si |

```
PROGRAM :PR
:Prompt U
:If int(U/2) = U/2
:Then
:Disp " P"
:End
```

```
====PR====
"U = " :? → U ↵
If Int(U/2) = U/2 Then
" P" ↵
IfEnd↵
```

4. Écrire un algorithme puis le programme qui fait saisir dans U le terme initial d'une suite de Syracuse puis affecte à U le terme suivant et l'affiche.
5. Le *temps de vol* d'une suite de Syracuse représente le rang du premier terme égal à 1. Modifier le programme précédent afin qu'il affiche le temps de vol de la suite au lieu de U (boucle *while*?).
6. L'*altitude maximale* est le plus grand terme de la suite. Modifier le programme précédent pour qu'il affiche également l'altitude maximale de la suite.
7. Établir un record de temps de vol et d'altitude maximale.