Travaux pratiques 3 : Méthode d'Euler -24-11-11-
Terminale S2, 2011-2012, Y. Angeli

On applique la méthode d'Euler [1] déjà utilisée pour obtenir la courbe de l'exponentielle au tracé de courbes solutions d'équations différentielles points par points.

1. Si f est dérivable en x donner une approximation de $f(x+h)$ pour h petit :
   $f(x+h) \approx$..
2. Étude théorique : on s'intérèsse à la solution y de l'équation différentielle (E) : $y' = 0,5y$ avec condition initiale $y(0) = a$.
   (a) On pose et $v_0 = y(0) = a$ et $v_n = y(x+nh)$ pour tout $n \in \mathbb{N}$. Donner une relation de récurrence entre v_{n+1} et v_n. Si (u_n) est la suite arithmétique de premier terme 0 et de raison h, le point (u_n, v_n) est donc une approximation du point de la courbe d'abscisse u_n.
   ....
   (b) D'après le cours, quelle est la solution du problème : ....
   ....
3. Construction point par point de la courbe de la solution :
   (a) Sous geogebra : créer deux *curseurs* a et h. Modifier h afin qu'il varie de 0 à 1 avec un pas de 0.05.
   (b) Afficher le tableur ; entrer les textes respectifs « X=Un », « Y=Vn », « (X,Y) » dans les cellules A1, B1 et C1.
   (c) Remplir A2, B2, et C2 avec u_0, v_0 et (u_0, v_0). Un point $C2$ doit s'afficher, qui bouge lorsque le curseur a est manipulé.
   (d) Remplir A3 (en fonction de h et A2), B3 (en fonction de h et B2). Glisser C2 dans C3.
   (e) Glisser A3 :C3 jusqu'à A101 :C101. On ira dans les propriétés des points pour : masquer leurs étiquettes et réduire leur taille.
   (f) Représenter la solution théorique (en fonction de a) trouvée et vérifier que l'approximation effectuée est raisonnable.
4. Une autre équation différentielle : $y' = -2y + x + 0,5$ et $y(0) = a$.
   (a) Répondre à la question 2a et changer B3 en conséquence (l'exprimer en fonction de B2, A3 et h). Propager le changement jusqu'à B101.
   (b) Trouver une solution particulière f affine. (à la fin du TP ; trouver toutes les solutions).
5. Une nouvelle équa diff, qui échappe au cours : $y' = 2\sqrt{y(x)}$ et $y(0) = a$.
   (a) Prévoir le sens de variation d'une (éventuelle) solution.
   (b) Répondre à la question 2a et changer B3 en conséquence. Propager le changement jusqu'à B101.
   (c) Dans le cas $a = 1$, essayer de trouver une parabole qui coïncide avec les points obtenus. Est ce vraiment une solution ? Doit-on restreindre son ensemble de définition ?
   (d) Montrer que si $y(x) \neq 0$, l'équation équivaut à $\dfrac{y'}{2\sqrt{y}} = 1$. En reconnaissant la dérivée d'une fonction composée, proposer une solution au problème.

1. mathématicien suisse génial 1707-1785