TRAVAUX PRATIQUES 2 : SUITE LOGISTIQUE -20-10-11-
Terminale S2, 2011-2012, Y. Angeli

Vers 1840, le mathématicien belge Verhulst a créé un modèle d'étude des populations. On suppose que la population étudiée est limitée par une valeur maximale. On définit $u_n \in [0;1]$ comme le quotient de la population au temps n et de la population maximale possible (si $u_0 = 0,5$, cela signifie que la population de départ est à 50% de la population maximale atteignable).
On admet les deux principes suivants :
$\star$ le quotient u_{n+1} au temps $n+1$ est proportionnel au quotient u_n au temps n. (le renouvellement dépend du nombre d'individus)
$\star$ le quotient u_{n+1} au temps $n+1$ est proportionnel à $1-u_n$. (le renouvellement dépend de la place qu'il reste...)
On considère donc la suite définie par

$$\boxed{k \in [0,4],\ u_0 \in [0,1] \text{ et pour tout } n \in \mathbb{N},\ u_{n+1} = k \times u_n \times (1-u_n)}$$

où k est une constante qui dépend de la population étudiée.

PARTIE A. ÉTUDE EMPIRIQUE DU CAS OÙ $k = 1,5$ ET $u_0 = 0,5$

1. Dans le tableur OpenOffice, remplir les cellules $J1$ par « $k =$ », $K1$ par « $1,5$ », $J2$ par « n », $K2$ par « $u(n)$ », $J3$ par « 0 »et $K3$ par « $0,5$ ».
2. Entrer dans $J4$ la formule[1] « $= J3+1$ ». Entrer dans $K4$ une formule qui permet d'obtenir u_1 en fonction de la valeur de la cellule $K3$. Par un copier-glisser[2], remplir de même les cellules $J5$ à $K143$.
3. Représenter graphiquement les termes de la suite (n sur l'axe abscisse gradué de 0 à 140, u_n sur l'axe des ordonnées[3] gradué de 0 à 1.
4. Compléter : *la population se stabilise à .... % de la population maximale possible.*

PARTIE B : COMPORTEMENT ASYMPTOTIQUE EN FONCTION DES VARIATIONS DE K

1. Construire une barre de défilement[4]qui fait varier $A1$ de 0 à 400. Remplacer $K1$ par la formule « $= A1/100$ ». Observer l'évolution du graphique avec k.
2. Completer :
   $\star$ La population s'éteindra si $k \in$ ....
   $\star$ La population se stabilise si $k \in$ ....
   $\star$ La population finit par osciller près de deux valeurs si $k \in$ ....
   $\star$ La population finit par osciller près de quatre valeurs ou plus si $k \in$ ....
   $\star$ La population devient chaotique pour la plupart des $k \in$ ....
   $\star$ La population finit par osciller près de trois valeurs si $k =$ ....

1. une formule dans un tableur commence par le symbole « = »
3. clic gauche sur l'axe pour le paramétrer
3. le copier-glisser décalera toutes les lettre et les nombres qui appraissent dans les formules, sauf ceux qui sont précédés du symbole \$. (références absolues)
4. Affichage > barre d'outils > Contrôle de formulaires ; (indiquer dans l'onglet *données* la cellule $A1$. Cliquer sur l'icône *(Des)activer le mode de conception* une fois la barre définie.

Partie C : effet papillon

L'*effet papillon* exprime le phénomène de sensibilité aux conditions initiales en théorie du chaos : « Un simple battement d'ailes d'un papillon peut-il déclencher une tornade à l'autre bout du monde ? »

1. Construire une barre de défilement qui fait varier $A3$ entre 0 et 100, remplacer $K3$ par « $= A3/100$ ». Observer l'évolution du graphique avec u_0.
2. Compléter :
   $\star$ Le comportement de (u_n) dépend peu de u_0 si $k \in$ ....
   $\star$ Le comportement de (u_n) dépend beaucoup de u_0 si $k \in$............................
3. On suppose que $k = 4$ et $u_0 = 0,75$ à $0,01$ près. Peut on prévoir raisonnablement l'évolution de la population ? Pourquoi ?

   ....

   ....

   ....

Partie D : Diagramme de bifuraction

1. Mettre k à 0. Entrer dans $L1$ la formule $= K1 + 0,01$, et dans $L3$ la formule $= K3$, puis copier la colonne $K4 : K143$ sur $L4 : L143$.
2. Copier la colonne L sur les colonnes M à OU (très loin à droite).
3. Afficher un graphique dont les valeurs sont en lignes $K1 : OU1; K135 : OU143$ avec k en abscisse (gradué de 0 à 4) et les valeurs asymptotiques de la suite en ordonnée (graduée de 0 à 1). Ne pas afficher de légende, être patient.