

FEUILLE D'EXERCICES 34 -01-06-12-
Terminale S 2, 2011-2012, Y. Angeli

EXERCICE 1. Liban mai 2012

Les quatre questions sont indépendantes.

Dans cet exercice, pour chaque question, une affirmation est proposée. On demande d'indiquer sur la copie si elle est vraie ou fausse, en justifiant la réponse. Une réponse non justifiée ne sera pas prise en compte, mais toute trace de recherche sera valorisée.

1. Dans l'espace rapporté à un repère orthonormal $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$, on considère les droites \mathcal{D}_1 et \mathcal{D}_2 de représentations paramétriques respectives :

$$\begin{cases} x = 4 + t \\ y = 6 + 2t \\ z = 4 - t \end{cases}, \quad t \in \mathbb{R}, \quad \text{et} \quad \begin{cases} x = 8 + 5t' \\ y = 2 - 2t' \\ z = 6 + t' \end{cases}, \quad t' \in \mathbb{R}.$$

Affirmation : les droites \mathcal{D}_1 et \mathcal{D}_2 sont coplanaires.

2. Dans l'espace rapporté à un repère orthonormal $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$, on considère les points $A(12; 7; -13)$ et $B(3; 1; 2)$ ainsi que le plan \mathcal{P} d'équation $3x + 2y - 5z = 1$.

Affirmation : le point B est le projeté orthogonal du point A sur le plan \mathcal{P} .

3. On considère les suites u et v définies, pour tout entier naturel n , par : $u_n = \frac{n+1}{n+2}$ et $v_n = 2 + \frac{1}{n+2}$

Affirmation : ces deux suites sont adjacentes.

4. On considère la suite u définie par son premier terme $u_0 = 1$ et la relation de récurrence :

$$u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + 2, \quad \text{pour tout entier naturel } n.$$

Affirmation : cette suite est majorée par 3.

EXERCICE 2. Liban mai 2012

On dispose de deux urnes U_1 et U_2 .

L'une U_1 contient 4 jetons numérotés de 1 à 4.

L'urne U_2 contient 4 boules blanches et 6 boules noires.

Un jeu consiste à tirer un jeton de l'urne U_1 , à noter son numéro, puis à tirer simultanément de l'urne U_2 le nombre de boules indiqué par le jeton.

On considère les événements suivants :

J_1 « le jeton tiré de l'urne U_1 porte le numéro 1 »

J_2 « le jeton tiré de l'urne U_1 porte le numéro 2 »

J_3 « le jeton tiré de l'urne U_1 porte le numéro 3 »

J_4 « le jeton tiré de l'urne U_1 porte le numéro 4 »

B « toutes les boules tirées de l'urne U_2 sont blanches »

On donnera tous les résultats sous la forme d'une fraction irréductible sauf dans la question 4.b) où une valeur arrondie à 10^{-2} suffit.

1. Calculer $P_{J_1}(B)$, probabilité de l'événement B sachant que l'événement J_1 est réalisé.

Calculer de même la probabilité $P_{J_2}(B)$.

On admet dans la suite les résultats suivants : $P_{J_3}(B) = \frac{1}{30}$ et $P_{J_4}(B) = \frac{1}{210}$

2. Montrer que $P(B)$, probabilité de l'événement B , vaut $\frac{1}{7}$. On pourra s'aider d'un arbre de probabilités.
3. On dit à un joueur que toutes les boules qu'il a tirées sont blanches. Quelle est la probabilité que le jeton tiré porte le numéro 3 ?
4. On joue 10 fois de suite à ce jeu. Chacune des parties est indépendante des précédentes. On note N la variable aléatoire prenant comme valeur le nombre de partie où toutes les boules tirées sont blanches.
- (a) Quelle est la loi suivie par la variable aléatoire N ?
- (b) Calculer la probabilité de l'événement $(N = 3)$.