FEUILLE D'EXERCICES 3 : DÉRIVATION -05-10-11-
Terminale S 2, 2010-2011, Y. Angeli

EXERCICE 1.

Soit f la fonction définie par $f(x) = (x+1)\sqrt{1-x^2}$, dont $\mathcal{C}_f$ est la courbe représentative.

1. Donner l'ensemble de définition de la fonction f.
2. Tracer $\mathcal{C}_f$ sur la calculatrice. Au vu du graphique, que peut-on conjecturer sur la dérivabilité de f aux bornes de l'ensemble de définition ?
3. Justifier que f est dérivable sur l'intervalle $]-1;1[$.
4. Montrer que f est dérivable en -1 et donner la valeur de $f'(-1)$. Interpréter graphiquement le résultat.
5. Montrer que f n'est pas dérivable en 1 et interpréter graphiquement le résultat.
6. Montrer que pour tout $x \in]-1;1[$, $f'(x) = \dfrac{-2x^2-x+1}{\sqrt{1-x^2}}$.
7. En déduire le tableau de variation de f, en calculant la valeur exacte du maximum.
8. Donner une équation de la tangente (T) à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 0.
9. Etudier la position relative de (T) et de $\mathcal{C}_f$.

EXERCICE 2.

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x + \sin(2x)$.

1. Déterminer la limite de f en $+\infty$.
2. Montrer que $A\left(\dfrac{\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}\right)$ est centre de symétrie de $\mathcal{C}_f$
3. Montrer que $f'(x) = 4\cos^2(x) - 1$
4. Factoriser $f'(x)$ et justifier soigneusement le signe de chaque facteur sur $[0;\frac{\pi}{2}]$.
5. En déduire le tableau de variation de f sur $[0,\pi]$ en précisant les valeurs des 2 extrema relatifs.
6. Montrer que la courbe de f dans un repère orthonormé est invariante par translation de vecteur $\vec{u}(\pi;\pi)$. Représenter cette courbe.