FEUILLE D'EXERCICES 25 -05-04-12-
Terminale S 2, 2011-2012, Y. Angeli

EXERCICE 1. Amérique du Sud décembre 2010

On admet que si $\mathcal{D}$ et $\mathcal{D}'$ sont deux droites non coplanaires, il existe une unique droite Δ perpendiculaire à $\mathcal{D}$ et $\mathcal{D}'$. Si Δ coupe $\mathcal{D}$ en le point I et $\mathcal{D}'$ en le point J, la distance IJ est appelée distance de $\mathcal{D}$ à $\mathcal{D}'$.

L'espace est rapporté au repère orthonormal .
On note $\mathcal{D}$ la droite des abscisses et $\mathcal{D}'$, la droite de représentation paramétrique :

$$\left\{\begin{array}{lcr} x & = & -t \\ y & = & 3+3t \\ z & = & 1-t \end{array}\right. ,\ t \in \mathbb{R}$$

1. Justifier que les droites $\mathcal{D}$ et $\mathcal{D}'$ ne sont pas coplanaires.
2. On considère la droite Δ perpendiculaire commune à $\mathcal{D}$ et $\mathcal{D}'$. Prouver qu'il existe deux réels b et c tels que le vecteur $\overrightarrow{w} = b\overrightarrow{j} + c\overrightarrow{k}$ soit un vecteur directeur de Δ.
3. (a) Vérifier que le plan $\mathcal{P}$ d'équation : $-3y + z = 0$ est un plan contenant la droite $\mathcal{D}$.
   (b) Déterminer les coordonnées du point d'intersection J de la droite $\mathcal{D}'$ et du plan $\mathcal{P}$.
   (c) Justifier que la droite passant par J, de vecteur directeur $\overrightarrow{w}$ est sécante à $\mathcal{D}$ en un point I et qu'elle est la perpendiculaire commune à $\mathcal{D}$ et $\mathcal{D}'$.
   (d) En déduire la distance de $\mathcal{D}$ à $\mathcal{D}'$.