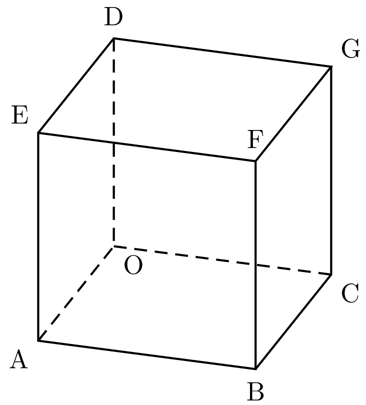
Feuille d'exercices 23 -27-03-12-
Terminale S 2, 2011-2012, Y. Angeli

Exercice 1. Polynésie septembre 2009

On considère le cube OABCDEFG d'arête de longueur 1 représenté ci-dessous.
Il n'est pas demandé de rendre le graphique complété avec la copie.
Soient les points P et Q tels que $\overrightarrow{OP} = 2\overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{OQ} = 4\overrightarrow{OC}$.
On appelle R le barycentre des points pondérés (B, -1) et (F , 2).
L'espace est muni du repère orthonormal $\left(O\ ;\ \overrightarrow{OA},\ \overrightarrow{OC},\ \overrightarrow{OD}\right)$.

1. (a) Démontrer que le point R a pour coordonnées (1 ; 1 ; 2).
   (b) Démontrer que les points P, Q et R ne sont pas alignés.
   (c) Quelle est la nature du triangle PQR ?
2. (a) Démontrer qu'une équation du plan (PQR) est $4x + 2y + z - 8 = 0$.
   (b) Vérifier que le point D n'appartient pas au plan (PQR).
3. On appelle H le projeté orthogonal du point D sur le plan (PQR).
   (a) Déterminer un système d'équations paramétriques de la droite (DH).
   (b) Déterminer les coordonnées du point H.
   (c) Démontrer que le point H appartient à la droite (PR).



Exercice 2. Nouvelle-Calédonie novembre 2009

L'espace est rapporté au repère orthonormal $\left(A\ ;\ \overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{AD},\ \overrightarrow{AE}\right)$.
On considère le cube ABCDEFGH représenté sur l' ANNEXE, à rendre avec la copie.
On désigne par I, J et K les milieux respectifs des segments [BC], [BF] et [HF].

1. Déterminer les coordonnées des points I, J et K.
2. Démontrer que le vecteur $\overrightarrow{n}(2\ ;\ 1\ ;\ 1)$ est orthogonal à $\overrightarrow{IK}$ et à $\overrightarrow{IJ}$.
   En déduire qu'une équation du plan (IJK) est : $4x + 2y + 2z - 5 = 0$.
3. (a) Déterminer un système d'équations paramétriques de la droite (CD).
   (b) En déduire que le point d'intersection R du plan (IJK) et de la droite (CD) est le point de coordonnées $\left(\dfrac{3}{4}\ ;\ 1\ ;\ 0\right)$.
   (c) Placer le point R sur la figure.
4. Tracer sur la figure la section du cube par le plan (IJK). On peut répondre à cette question sans avoir traité les précédentes.
5. (a) Montrer que la distance du point G au plan (IJK) est $\dfrac{\sqrt{6}}{4}$.
   (b) Soit $\mathcal{S}$ la sphère de centre G passant par F.
   Justifier que la sphère $\mathcal{S}$ et le plan (IJK) sont sécants.
   Déterminer le rayon de leur intersection.