

FEUILLE D'EXERCICES 20 -07-03-12-
Terminale S 2, 2011-2012, Y. Angeli

EXERCICE 1.

Les résultats seront donnés sous forme décimale en arrondissant à 10^{-4} .

Dans un pays, il y a 2 % de la population contaminée par un virus.

On dispose d'un test de dépistage de ce virus qui a les propriétés suivantes :

- ★ La probabilité qu'une personne contaminée ait un test positif est de 0,99 (sensibilité du test).
- ★ La probabilité qu'une personne non contaminée ait un test négatif est de 0,97 (spécificité du test).

On fait passer un test à une personne choisie au hasard dans cette population.

On note V l'évènement « la personne est contaminée par le virus » et T l'évènement « le test est positif ».

\bar{V} et \bar{T} désignent respectivement les évènements contraires de V et T .

1. (a) Préciser les valeurs des probabilités $P(V)$, $P_V(T)$, $P_{\bar{V}}(\bar{T})$.
Traduire la situation à l'aide d'un arbre de probabilités.
(b) En déduire la probabilité de l'évènement $V \cap T$.
2. Démontrer que la probabilité que le test soit positif est 0,0492.
3. (a) Justifier par un calcul la phrase :
« Si le test est positif, il n'y a qu'environ 40 % de « chances » que la personne soit contaminée ».
(b) Déterminer la probabilité qu'une personne ne soit pas contaminée par le virus sachant que son test est négatif.

EXERCICE 2.

On considère le jeu suivant : on choisit un nombre n de dés (équilibrés) et on les lance. Si au moins un des résultats est « 1 », le score est nul, sinon, on obtient un score égal à la somme des résultats des différents dés.

On note S la variable aléatoire égale au score obtenu.

1. Exprimer $P(S > 0)$, puis $\mathbb{E}(S)$ en fonction de l'entier naturel n .
2. Étudier $x \mapsto 4x \left(\frac{5}{6}\right)^x$.
3. Comment choisir n pour espérer obtenir un score optimal ?

EXERCICE 3.

On considère le jeu suivant : on lance deux dés, puis on choisit d'en relancer zéro, un ou deux. Le score est nul si l'un des dés donne « 1 », sinon, le score égale la somme des résultats obtenus.

On note S la variable aléatoire égale au score obtenu.

1. Calculer l'espérance de S si l'on ne relance aucun des deux dés.
2. Calculer l'espérance de S si l'on garde un dé dont le résultat est $d \in \{2, 3, 4, 5, 6\}$ et on relance l'autre.
3. En fonction des résultats du premier lancé, dire quels dés garder ou relancer pour espérer faire un score optimal.