

FEUILLE D'EXERCICES 1 : FONCTIONS -07-09-11-  
Terminale S 2, 2010-2011, Y. Angeli

EXERCICE 1.

1. Démontrer que les fonctions définies sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = (x^2 - 1) \sin(x)$  et  $g(x) = x^3 \sqrt{|x|}$  sont impaires.
2. Démontrer que la fonction définie sur  $\mathbb{R} - \{\frac{\pi}{2} + k\pi : k \in \mathbb{Z}\}$  par  $x \tan(x)$  est paire.
3. Une fonction peut-elle être paire et impaire à la fois ?
4. Démontrer que la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $h(x) = \cos(x)^2$  est périodique de période  $\pi$ .

EXERCICE 2.

Soit  $f : \mathbb{R} - \{1\} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $x \mapsto \frac{x + 2 - 2x^2}{1 - x}$  et  $\mathcal{C}$  sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

1. Montrer qu'il existe trois réels  $a, b, c$  tels que  $f(x) = ax + b + \frac{c}{1 - x}$
2. Conjecturer l'existence d'une asymptote oblique et prouver la conjecture.
3. Conjecturer l'existence d'un centre de symétrie et prouver la conjecture.

EXERCICE 3.

Soit  $f$  la fonction carré et  $\mathcal{P}$  sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

Soit  $\mathcal{D}_m$  la droite d'équation  $y = mx - 1$  où  $m$  est un réel fixé.

1. Discuter, en fonction des valeurs de  $m$ , du nombre de points d'intersection de  $\mathcal{D}_m$  et  $\mathcal{P}$ .
2. Déterminer, selon les valeurs de  $m$ , la position relative de  $\mathcal{P}$  et  $\mathcal{D}_m$ .

EXERCICE 4.

Soit  $y = ax^2 + bx + c$  l'équation d'une parabole  $\mathcal{P}$  dans un repère orthonormé (avec  $a, b, c$  réels et  $a \neq 0$ ). Démontrer que la droite d'équation  $x = -\frac{b}{2a}$  est un axe de symétrie de  $\mathcal{P}$ .