

FEUILLE D'EXERCICES 1 : FONCTIONS -07-09-11-
Terminale S 2, 2010-2011, Y. Angeli

EXERCICE 1.

1. Démontrer que les fonctions définies sur \mathbb{R} par $f(x) = (x^2 - 1) \sin(x)$ et $g(x) = x^3 \sqrt{|x|}$ sont impaires.
2. Démontrer que la fonction définie sur $\mathbb{R} - \{\frac{\pi}{2} + k\pi : k \in \mathbb{Z}\}$ par $x \tan(x)$ est paire.
3. Une fonction peut-elle être paire et impaire à la fois ?
4. Démontrer que la fonction définie sur \mathbb{R} par $h(x) = \cos(x)^2$ est périodique de période π .

EXERCICE 2.

Soit $f : \mathbb{R} - \{1\} \rightarrow \mathbb{R}$, $x \mapsto \frac{x + 2 - 2x^2}{1 - x}$ et \mathcal{C} sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

1. Montrer qu'il existe trois réels a, b, c tels que $f(x) = ax + b + \frac{c}{1 - x}$
2. Conjecturer l'existence d'une asymptote oblique et prouver la conjecture.
3. Conjecturer l'existence d'un centre de symétrie et prouver la conjecture.

EXERCICE 3.

Soit f la fonction carré et \mathcal{P} sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

Soit \mathcal{D}_m la droite d'équation $y = mx - 1$ où m est un réel fixé.

1. Discuter, en fonction des valeurs de m , du nombre de points d'intersection de \mathcal{D}_m et \mathcal{P} .
2. Déterminer, selon les valeurs de m , la position relative de \mathcal{P} et \mathcal{D}_m .

EXERCICE 4.

Soit $y = ax^2 + bx + c$ l'équation d'une parabole \mathcal{P} dans un repère orthonormé (avec a, b, c réels et $a \neq 0$). Démontrer que la droite d'équation $x = -\frac{b}{2a}$ est un axe de symétrie de \mathcal{P} .