

DEVOIR MAISON 6 : POUR LE -19-10-11-  
Terminale S 2, 2011-2012, Y. Angeli

EXERCICE 1. INTÉRÊTS COMPOSÉS

Un particulier contracte un prêt de  $d_0 = 200\,000\text{€}$  dans le cadre d'une opération immobilière. Les modalités de remboursement sont les suivantes :

★ intérêts : à la fin de chaque année, la somme due au début de l'année augmente de 5%

★ remboursement : à la fin de chaque année, le particulier rembourse une somme de  $R\text{€}$ .

On note  $d_n$  la somme due (en euros) au bout de  $n$  années.

1. Montrer que pour tout,  $d_{n+1} = 1,05d_n - R$  pour tout  $n \in \mathbb{N}$  (du moins tant qu'il reste quelque chose à rembourser).
2. Montrer que la suite  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  définie par  $u_n = d_n - 20R$  est une suite géométrique dont on déterminera la raison. En déduire que  $d_n = 1,05^n d_0 - 1,05^n \times 20R + 20R$ .
3. Quel doit être le montant des annuités (remboursements annuels, à  $10^{-2}$  près) pour que le prêt soit remboursé au bout de 15 ans ? Combien cela représente-t-il par mois ? À combien se monteront les intérêts, au final ?

EXERCICE 2. RÉCURRENCES

1. Démontrer que si  $u$  est dérivable sur un intervalle  $I$ , alors pour tout entier  $n \geq 2$ ,  $u^n$  est dérivable sur  $I$  de dérivée  $nu'u^{n-1}$ . (on pourra utiliser la formule de dérivée d'un produit)
2. Démontrer que pour tout entier  $n \geq 2$ ,  $3^n \geq n^2$ .
3. Conjecturer l'expression explicite de  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  définie par  $u_0 = 3$  et  $u_{n+1} = \sqrt{1 + u_n^2}$ , puis prouver la conjecture.

EXERCICE 3. SUITES ARITHMÉTIQUES ET GÉOMÉTRIQUES

1. Soit  $(u_n)$  une suite arithmétique telle que  $u_3 = 5$  et  $u_{63} = 25$ . Déterminer son premier terme et sa raison, ainsi que la somme de ses 15 premiers termes.
2. On a ajouté  $n$  entiers naturels pairs consécutifs, à partir de 0, et obtenu 4 042 110. Que vaut  $n$  ?
3. Soit  $(v_n)$  une suite géométrique telle que  $u_4 = 8$  et  $u_{11} = 1024$ . Déterminer son premier terme et sa raison, ainsi que la somme de ses 15 premiers termes.