

NOMBRES COMPLEXES : POUR LE -20-01-12-
Terminale S 2, 2011-2012, Y. Angeli

EXERCICE 1.

Soit $z = a + ib$ un nombre complexe sous forme algébrique.

1. Déterminer la forme algébrique de z^2 et son module.
2. Quel est le module de $1 + i$? Résoudre $z^2 = 1 + i$.
3. Mettre $1 + i$ sous forme trigonométrique.
4. En déduire les valeurs exactes de $\cos(\frac{\pi}{8})$ et $\sin(\frac{\pi}{8})$

EXERCICE 2.

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormal direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$.

Soit $I(1)$, $M(z)$ et $M'(z^2)$.

1. Déterminer l'ensemble des M tels que I , M et M' soit alignés.
2. Déterminer l'ensemble des M tels que IMM' soit rectangle en I .

EXERCICE 3.

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormal direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$ (unité : 2 cm).

1. (a) Donner l'écriture algébrique du nombre complexe de module 2 et dont un argument est $\frac{\pi}{2}$.
- (b) Résoudre dans \mathbb{C} l'équation $iz - 2 = 4i - z$. Donner la solution sous forme algébrique.
2. On désigne par I, A et B les points d'affixes respectives 1, $2i$ et $3 + i$.
 - (a) Faire une figure que l'on complétera au cours de l'exercice.
 - (b) Calculer l'affixe z_C du point C image de A par la symétrie de centre I.
 - (c) Écrire sous forme algébrique le nombre complexe $\frac{z_C - z_B}{z_A - z_B}$. En déduire le module et un argument de ce nombre. (z_A et z_B désignent les affixes des points A et B).
 - (d) Soit D le point d'affixe z_D tel que $z_D - z_C = z_A - z_B$. Montrer que ABCD est un carré.
3. Pour tout point M du plan, on considère le vecteur $\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} + \vec{MD}$.
 - (a) Exprimer le vecteur $\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} + \vec{MD}$ en fonction du vecteur \vec{MI} .
 - (b) Montrer que le point K défini par $\vec{KA} + \vec{KB} + \vec{KC} + \vec{KD} = 2\vec{AB}$ est le milieu du segment $[AD]$.
 - (c) Déterminer l'ensemble Γ des points M du plan tels que

$$\left\| \vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} + \vec{MD} \right\| = \left\| 2\vec{AB} \right\|.$$

Construire Γ .