Devoir maison 10 : pour le -02-12-11-
Terminale S 2, 2011-2012, Y. Angeli

Exercice 1.

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite arithmétique de raison $r \in \mathbb{R}$. On note (v_n) la suite définie par $v_n = e^{u_n}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

1. Montrer que (v_n) est une suite géométrique dont on déterminera la raison.
2. Exprimer $w_n = v_0 \times v_1 \times ... \times v_n$ en fonction de u_0 et $n \in \mathbb{N}$.
3. À quelle condition (w_n) converge-t-elle ? Quelle est alors sa limite ?

Exercice 2.

Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{e^x}{e^x+1}$, et $\mathcal{C}$ sa courbe dans un repère orthonormé.

1. Déterminer l'ensemble de définition de f.
2. Montrer que $I(0; 0,5)$ est centre de symétrie de $\mathcal{C}$.
3. Calculer la limite de f en $-\infty$ puis $+\infty$ (par symétrie ?).
4. Étudier les variations de f.
5. Déterminer l'équation de la T tangente en I à $\mathcal{C}$.
6. Étudier les variations de $g(x) = \frac{1}{4}x + \frac{1}{2} - f(x)$.
7. Calculer $g(0)$ puis déterminer la position relative de T et $\mathcal{C}$.
8. Représenter la courbe (et ses éléments remarquables)

Exercice 3.

Soit (E) l'équation différentielle $y' + y = x + 1$.

1. Déterminer une solution de (E) de la forme $f_0(x) = ax + b$.
2. Résoudre (H) : $y' + y = 0$.
3. Montrer que f est solution de de (E) si et seulement si $f - f_0$ est solution de (H). En déduire l'ensemble des solutions de (E)
4. Laquelle de ces solutions vérifie $f(0) = 1$?
5. On pose $f(x) = x + e^{-x}$, pour tout $x \in \mathbb{R}$. Étudier (variations, limites, asymptote oblique en $-\infty$) cette fonction.