TP 9 -01-03-13-
Terminale S1, 2012-2013, Y. Angeli

Soit $n \in \mathbb{N}$. Le nombre factoriel $n$ : $n!$ est défini par $0! = 1$ et $n! = 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times n$.

① Écrire sous « Algobox » un programme qui demande à l'utilisateur la valeur d'un entier $n$ et affiche la valeur de $n!$.

② Pour $n \in \mathbb{N}$, soit $u_n = \displaystyle\sum_{k=0}^{n} \frac{1}{k!}$ . Modifier le programme précédent pour qu'il affiche $u_n$.

③ Utiliser le programme pour conjecturer $\displaystyle\lim_{n \to +\infty} u_n$.

④ Montrer que $(u_n)$ est croissante.

⑤ Soit $v_n = u_n + \dfrac{1}{n!}$. Démontrer que $(v_n)$ est décroissante à partir du rang 1.

⑥ En déduire que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n < v_n \leqslant v_0$.

⑦ En déduire que $(v_n)$ est convergente.

TP 9 -01-03-13-
Terminale S1, 2012-2013, Y. Angeli

Soit $n \in \mathbb{N}$. Le nombre factoriel $n$ : $n!$ est défini par $0! = 1$ et $n! = 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times n$.

① Écrire sous « Algobox » un programme qui demande à l'utilisateur la valeur d'un entier $n$ et affiche la valeur de $n!$.

② Pour $n \in \mathbb{N}$, soit $u_n = \displaystyle\sum_{k=0}^{n} \frac{1}{k!}$ . Modifier le programme précédent pour qu'il affiche $u_n$.

③ Utiliser le programme pour conjecturer $\displaystyle\lim_{n \to +\infty} u_n$.

④ Montrer que $(u_n)$ est croissante.

⑤ Soit $v_n = u_n + \dfrac{1}{n!}$. Démontrer que $(v_n)$ est décroissante à partir du rang 1.

⑥ En déduire que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n < v_n \leqslant v_0$.

⑦ En déduire que $(v_n)$ est convergente.