

**TP 2 : SUITE DE SYRACUSE -18-09-12-  
 Terminale S 1, 2012-2013, Y. Angeli**

Une *suite de Syracuse* est une suite  $(u_n)$  définie par un terme initial  $u_0 \in \mathbb{N} - \{0\}$  et pour tout  $n \in \mathbb{N}$  par la relation de récurrence :

$$u_{n+1} = \begin{cases} \frac{u_n}{2} & \text{si } u_n \text{ est pair} \\ 3u_n + 1 & \text{si } u_n \text{ est impair} \end{cases}$$

- ① Compléter le tableau suivant des termes de suites de Syracuse définies par différents termes initiaux :

$n$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	
$u_n$	4																		
$u_n$	5																		
$u_n$	6																		
$u_n$	7																		

- ② Émettre une conjecture :

« à partir d'un certain rang se reproduit la séquence de termes ..... »

Cette conjecture a été formulée en 1928 par le mathématicien allemand Lothar Collatz, puis présentée à un colloque de l'université de Syracuse (état de New-York) en 1958. Elle a fait l'objet de nombreuses recherches, mais personne ne l'a, à ce jour, prouvée ou infirmée.

- ③ On note  $\text{Ent}(x)$  le plus grand entier inférieur ou égal au réel  $x$ .  
 Calculer  $\text{Ent}(17,5)$ ,  $\text{Ent}(\sqrt{2})$ ,  $\text{Ent}(18)$ ,  $\text{Ent}(-1,33)$ .
- ④ Que fait le programme suivant : (ne pas saisir le programme, mais tester plusieurs valeurs de  $U$  puis expliquer rigoureusement l'effet du programme)

Programme « PR »

Variable      $U$  de type entier  
Initialisation    $U := 0$   
Traitement :   Saisir  $U$   
                   Si  $\text{Ent}(U/2) = U/2$   
                   Alors  
                   Afficher ' 'P' '  
                   Fin Si

```

PROGRAM :PR
:Prompt U
:If int(U/2) = U/2
:Then
:Disp "P"
:End
```

```

=====PR=====
"U = " :? → U ↵
If Int(U/2) = U/2
Then "P" ↵
IfEnd↵
```

- ⑤ Écrire un algorithme puis le programme qui fait saisir dans  $U$  le terme initial d'une suite de Syracuse puis affecte à  $U$  le terme suivant et l'affiche.
- ⑥ Le *temps de vol* d'une suite de Syracuse représente le rang du premier terme égal à 1. Modifier le programme précédent afin qu'il affiche le temps de vol de la suite au lieu de  $U$  (boucle *while*?).
- ⑦ L'*altitude maximale* est le plus grand terme de la suite. Modifier le programme précédent pour qu'il affiche également l'altitude maximale de la suite.
- ⑧ Établir un record de temps de vol et d'altitude maximale.