Feuille d'exercices 35 -16-05-13-
Terminale S1, 2012-2013, Y. Angeli

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormal

① Soit z le nombre complexe de module $\sqrt{2}$ et d'argument $\dfrac{\pi}{3}$. On a alors :

(a) $z^{14} = -128\sqrt{3} - 128\mathrm{i}$ (b) $z^{14} = -64 + 64\mathrm{i}\sqrt{3}$ (c) $z^{14} = 64 - 64\mathrm{i}$ (d) $z^{14} = -128 + 128\mathrm{i}\sqrt{3}$

② S et T sont les points d'affixes $z_S = 3$ et $z_T = 4\mathrm{i}$, et (E) désigne l'ensemble des points M d'affixe z tels que $|z-3| = |3-4\mathrm{i}|$. Alors l'ensemble (E) est ...

(a) la médiatrice du segment [ST] ; (b) le cercle de centre Ω d'affixe $3-4\mathrm{i}$, et de rayon 3 ;
(c) le cercle de centre S et de rayon 5 (d) est la droite (ST)

③ Une solution de l'équation $2z + \overline{z} = 9 + \mathrm{i}$ est :

(a) 3 (b) i (c) $3 + \mathrm{i}$

④ Soit n un entier naturel. Le complexe $\left(\sqrt{3} + \mathrm{i}\right)^n$ est un imaginaire pur si et seulement si :

(a) $n = 3$ (b) $n = 6k + 3$, avec k relatif (c) $n = 6k$ avec k relatif

⑤ Soit z un nombre complexe non nul d'argument θ. Un argument de $\frac{-1+\mathrm{i}\sqrt{3}}{\overline{z}}$ est :

(a) $-\frac{\pi}{3} + \theta$ (b) $\frac{2\pi}{3} + \theta$ (c) $\frac{2\pi}{3} - \theta$

⑥ Soit z un nombre complexe ; $|z + \mathrm{i}|$ est égal à :

(a) $|z| + 1$ (b) $|z - 1|$ (c) $|\mathrm{i}\overline{z} + 1|$

⑦ Soient A et B les points d'affixes respectives $z_A = i$ et $z_B - 1$. L'ensemble des point M d'affixe z telle que $|z - \mathrm{i}| = |z + 1|$ est :

(a) la droite (AB) (b) le cercle de diamètre [AB] (c) la perpendiculaire à (AB) passant par O

⑧ Soit Ω le point d'affixe $1 - \mathrm{i}$. L'ensemble des points M d'affixe $z = x + \mathrm{i}y$ vérifiant $|z - 1 + \mathrm{i}| = |3 - 4\mathrm{i}|$ a pour équation :

(a) $y = -x + 1$ (b) $(x-1)^2 + y^2 = \sqrt{5}$ (c) $z = 1 - \mathrm{i} + 5\mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta}$ avec θ réel

⑨ Soient A et B les points d'affixes respectives 4 et 3i. L'affixe du point C tel que le triangle ABC soit isocèle avec $(\overrightarrow{\mathrm{AB}},\ \overrightarrow{\mathrm{AC}}) = \frac{\pi}{2}$ est :

(a) $1 - 4\mathrm{i}$ (b) $-3\mathrm{i}$ (c) $7 + 4\mathrm{i}$

⑩ L'ensemble des solutions dans $\mathbb{C}$ de l'équation $\dfrac{z-2}{z-1} = z$ est :

(a) $\{1 - \mathrm{i}\}$ (b) L'ensemble vide. (c) $\{1 - \mathrm{i}\ ;\ 1 + \mathrm{i}\}$

⑪ Soit z un nombre complexe d'argument $\dfrac{\pi}{3}$. Alors « z^{100} est un nombre réel ». V-F ?

⑫ Soit (E) l'ensemble des points M d'affixe z différente de 1 du plan telle que $\left|\dfrac{z}{1-z}\right| = 1$.

Alors : « l'ensemble (E) est une droite parallèle à l'axe des réels ». V-F ?

⑬ Soient les points K d'affixe $1 + \mathrm{i}\sqrt{3}$. et M d'affixe $\left(1 - \sqrt{3}\right) + \mathrm{i}\left(1 + \sqrt{3}\right)$.
Alors : « Le triangle OKM est rectangle » : V-F ?

⑭ On considère l'équation (E) suivante : $z^2 + 2\cos\left(\dfrac{\pi}{5}\right) z + 1 = 0$.

Alors : « l'équation (E) a deux solutions complexes de modules égaux à 1 ». V-F ?

⑮ Soit le point A d'affixe 3, B d'affixe $-4\mathrm{i}$ et l'ensemble $\mathcal{E}$ des points M d'affixe z tels que $|z - 3| = |z + 4\mathrm{i}|$.
Alors : « $\mathcal{E}$ est la médiatrice du segment $[AB]$. ». V-F ?

⑯ On considère trois points A, B et C deux à deux distincts, d'affixes respectives a, b et c, tels que $\dfrac{c-a}{b-a} = 2\mathrm{i}$.

Alors : « A appartient au cercle de diamètre $[BC]$ ». V-F ?

⑰ On considère le nombre $z = 2\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{\pi}{7}}$. Alors « z^{2009} est un nombre réel positif ». V-F ?