

FEUILLE D'EXERCICES 31 -11-04-13-
Terminale S1, 2012-2013, Y. Angeli

EXERCICE 1. Asie juin 2008

A -Vrai ou faux ?

Pour chacune des propositions suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse et donner une démonstration de la réponse choisie. Dans le cas d'une proposition fausse la démonstration consistera à proposer un contre-exemple ; une figure pourra constituer ce contre-exemple.

Rappel des notations :

- $\mathcal{P}_1 \cap \mathcal{P}_2$ désigne l'ensemble des points communs aux plans \mathcal{P}_1 et \mathcal{P}_2 .
- L'écriture $\mathcal{P}_1 \cap \mathcal{P}_2 = \emptyset$ signifie que les plans \mathcal{P}_1 et \mathcal{P}_2 n'ont aucun point commun.

① Si \mathcal{P}_1 , \mathcal{P}_2 et \mathcal{P}_3 sont trois plans distincts de l'espace vérifiant :

$$\mathcal{P}_1 \cap \mathcal{P}_2 \neq \emptyset \text{ et } \mathcal{P}_2 \cap \mathcal{P}_3 \neq \emptyset,$$

alors on peut conclure que \mathcal{P}_1 et \mathcal{P}_3 vérifient : $\mathcal{P}_1 \cap \mathcal{P}_3 \neq \emptyset$.

② Si \mathcal{P}_1 , \mathcal{P}_2 et \mathcal{P}_3 sont trois plans distincts de l'espace vérifiant :

$$\mathcal{P}_1 \cap \mathcal{P}_2 \cap \mathcal{P}_3 = \emptyset$$

alors on peut conclure que \mathcal{P}_1 , \mathcal{P}_2 et \mathcal{P}_3 sont tels que : $\mathcal{P}_1 \cap \mathcal{P}_2 = \emptyset$ et $\mathcal{P}_2 \cap \mathcal{P}_3 = \emptyset$.

③ Si \mathcal{P}_1 , \mathcal{P}_2 et \mathcal{P}_3 sont trois plans distincts de l'espace vérifiant :

$$\mathcal{P}_1 \cap \mathcal{P}_2 \neq \emptyset \text{ et } \mathcal{P}_1 \cap \mathcal{P}_3 = \emptyset,$$

alors on peut conclure que \mathcal{P}_2 et \mathcal{P}_3 vérifient : $\mathcal{P}_2 \cap \mathcal{P}_3 \neq \emptyset$.

④ Si \mathcal{P}_1 et \mathcal{P}_2 sont deux plans distincts et \mathcal{D} une droite de l'espace vérifiant :

$$\mathcal{P}_1 \cap \mathcal{D} \neq \emptyset \text{ et } \mathcal{P}_1 \cap \mathcal{P}_2 = \emptyset,$$

alors on peut conclure que $\mathcal{P}_2 \cap \mathcal{D} \neq \emptyset$

B - Intersection de trois plans donnés

Dans un repère orthonormal de l'espace on considère les trois plans suivants :

- \mathcal{P}_1 d'équation $x + y - z = 0$
- \mathcal{P}_2 d'équation $2x + y + z - 3 = 0$,
- \mathcal{P}_3 d'équation $x + 2y - 4z + 3 = 0$.

① Justifier que les plans \mathcal{P}_1 et \mathcal{P}_2 sont sécants puis déterminer une représentation paramétrique de leur droite d'intersection, notée Δ .

② En déduire la nature de l'intersection $\mathcal{P}_1 \cap \mathcal{P}_2 \cap \mathcal{P}_3$.

EXERCICE 2.

L'espace est muni d'un repère orthonormal.

Les points $A(1; 2; 3)$, $B(-1; 0; 2)$, $C(0; 1; -3)$ et $D(1; 2; 1)$ sont-ils coplanaires ?

Quelle est la configuration des droites (AB) et (CD) ?