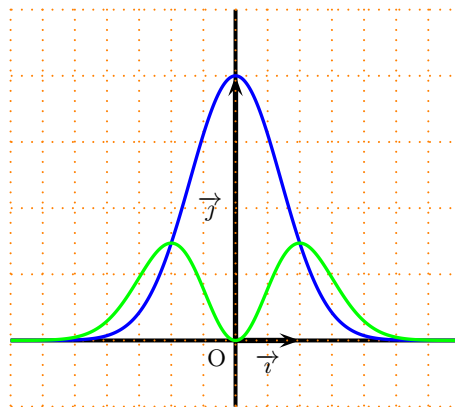


FEUILLE D'EXERCICES 14 -06-12-12-
Terminale S 1, 2012-2013, Y. Angeli

EXERCICE 1. extrait du bac S Amérique du Sud juin 2005

On considère les fonctions f et g définies sur \mathbb{R} par $f(x) = e^{-x^2}$ et $g(x) = x^2 e^{-x^2}$.

On note respectivement \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g les courbes représentatives de f et g dans un repère orthogonal $(O; \vec{i}, \vec{j})$, dont les tracés se trouvent sur la feuille annexe. La figure sera complétée et rendue avec la copie.



- ① Identifier \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g sur la figure fournie. (Justifier la réponse apportée).
- ② Étudier la parité des fonctions f et g .
- ③ Étudier le sens de variation de f et de g . Étudier les limites éventuelles de f et de g en $+\infty$.
- ④ Étudier la position relative de \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g .

EXERCICE 2. extrait du bac S Asie juin 2008

A - Restitution organisée de connaissances

On suppose connu le résultat suivant : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$. Démontrer que : $\lim_{x \rightarrow +\infty} x e^{-x} = 0$.

B - Étude d'une fonction

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = (x + 1)e^{-x}$.

On note (\mathcal{C}) sa représentation graphique dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$ du plan. On prendra 4 cm pour unité graphique.

- ① Étudier les variations de la fonction f et les limites aux bornes de son ensemble de définition. Résumer ces éléments dans un tableau de variations le plus complet possible.
- ② Tracer la courbe (\mathcal{C}) . On fera apparaître les résultats obtenus précédemment.

C - Étude d'une famille de fonctions

Pour tout entier relatif k , on note f_k la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f_k(x) = (x + 1)e^{kx}$.

On note \mathcal{C}_k la courbe représentative de la fonction f_k dans un repère orthonormal du plan. On remarque que le cas $k = -1$ a été traité dans la partie B, car on a $f_{-1} = f$ et $\mathcal{C}_{-1} = \mathcal{C}$.

- ① (a) Quelle est la nature de la fonction f_0 ?
(b) Déterminer les points d'intersection des courbes \mathcal{C}_0 et \mathcal{C}_1 .
Vérifier que, pour tout entier k , ces points appartiennent à la courbe \mathcal{C}_k .
- ② Étudier, suivant les valeurs du réel x , le signe de l'expression : $(x + 1)(e^x - 1)$.
En déduire, pour k entier relatif donné, les positions relatives des courbes \mathcal{C}_k et \mathcal{C}_{k+1} .
- ③ Calculer $f'_k(x)$ pour tout réel x et pour tout entier k non nul.
En déduire le sens de variation de la fonction f_k suivant les valeurs de k . (On distinguera les cas : $k > 0$ et $k < 0$.)

EXERCICE 3. Étude de fonctions composées

Soit $u : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $x \mapsto -x^2 + 2x + 3$. Étudier complètement (tableau de variation et limites) f et g définies sur \mathbb{R} par $f(x) = e^{u(x)}$ et $g(x) = u(e^x)$.