

FEUILLE D'EXERCICES 12 -27-11-12-
Terminale S 1, 2012-2013, Y. Angeli

EXERCICE 1. Étude d'une fonction irrationnelle

Soit f la fonction définie par $f(x) = (x+1)\sqrt{1-x^2}$, dont \mathcal{C}_f est la courbe représentative.

- ① Donner l'ensemble de définition de la fonction f .
- ② Tracer \mathcal{C}_f sur la calculatrice. Au vu du graphique, que peut-on conjecturer sur la dérivabilité de f aux bornes de l'ensemble de définition ?
- ③ Justifier que f est dérivable sur l'intervalle $] -1; 1[$.
- ④ Montrer que f est dérivable en -1 et donner la valeur de $f'(-1)$. Interpréter graphiquement le résultat.
- ⑤ Montrer que f n'est pas dérivable en 1 et interpréter graphiquement le résultat.
- ⑥ Montrer que pour tout $x \in] -1; 1[$, $f'(x) = \frac{-2x^2 - x + 1}{\sqrt{1-x^2}}$.
- ⑦ En déduire le tableau de variation de f , en calculant la valeur exacte du maximum.
- ⑧ Donner une équation de la tangente (T) à \mathcal{C}_f au point d'abscisse 0 .
- ⑨ Étudier la position relative de (T) et de \mathcal{C}_f .

EXERCICE 2. Étude d'une fonction trigonométrique

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x + \sin(2x)$.

- ① Déterminer la limite de f en $+\infty$.
- ② Montrer que $A\left(\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ est centre de symétrie de \mathcal{C}_f
- ③ Montrer que $f'(x) = 4\cos^2(x) - 1$
- ④ Factoriser $f'(x)$ et justifier soigneusement le signe de chaque facteur sur $[0; \frac{\pi}{2}]$.
- ⑤ En déduire le tableau de variation de f sur $[0; \pi]$ en précisant les valeurs des 2 extrema relatifs.
- ⑥ Montrer que la courbe de f dans un repère orthonormé est invariante par translation de vecteur $\vec{u}(\pi; \pi)$. Représenter cette courbe.
- ⑦ Peut-on dire qu'une fonction qui tend vers l'infini est croissante sur un intervalle de la forme $[a; +\infty[$.

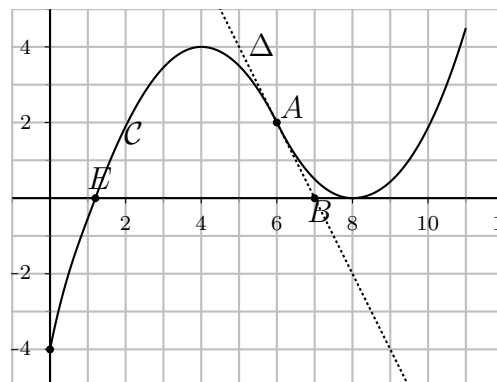
EXERCICE 3. Lecture graphique

Soit une fonction définie et dérivable sur $I = [0; 11]$.

Sa représentation graphique est la courbe \mathcal{C} ci-contre.

Elle passe par les points $A(6; 2)$ et $E(0; 1,2)$.

La tangente en A à \mathcal{C} est la droite Δ qui passe par le point $B(7; 0)$.



- ① Indiquer le signe de $f'(x)$ sur I .
- ② Nombre de solutions de l'équation $f(x) = -2$?
- ③ Donner l'ensemble des réels tels que $2 \leq f(x)$.
- ④ Écrire une équation de Δ .
- ⑤ La fonction F est définie et dérivable sur I , a pour dérivée f , et $F(0) = 0$, $F(1,2) = -2,2$, $F(11) = 17,8$. Dresser le tableau de variation de F sur $[0; 11]$.