

**DEVOIR MAISON 6 POUR -25-10-12-
Terminale S1, 2012-2013, Y. Angeli**

Un joueur débute un jeu vidéo et effectue plusieurs parties successives.

On admet que :

- la probabilité qu'il gagne la première partie est de $0,1$;
- s'il gagne une partie, la probabilité de gagner la suivante est égale à $0,8$;
- s'il perd une partie, la probabilité de gagner la suivante est égale à $0,6$.

On note, pour tout entier naturel n non nul :

- G_n l'évènement « le joueur gagne la n -ième partie » ;
- p_n la probabilité de l'évènement G_n .

On a donc $p_1 = 0,1$.

- ① Montrer que $p_2 = 0,62$. On pourra s'aider d'un arbre pondéré.
- ② Le joueur a gagné la deuxième partie. Calculer la probabilité qu'il ait perdu la première.
- ③ Calculer la probabilité que le joueur gagne au moins une partie sur les trois premières parties.
- ④ Montrer que pour tout entier naturel n non nul, $p_{n+1} = \frac{1}{5}p_n + \frac{3}{5}$.
- ⑤ Montrer par récurrence que, pour tout entier naturel n non nul,
$$p_n = \frac{3}{4} - \frac{13}{4} \left(\frac{1}{5}\right)^n.$$
- ⑥ Déterminer la limite de la suite (p_n) quand n tend vers $+\infty$.
- ⑦ Donner l'algorithme qui affiche le plus petit entier naturel n tel que : $\frac{3}{4} - p_n < 10^{-7}$.
Quel est cet entier ?
- ⑧ Démontrer que (p_n) est une suite croissante.
- ⑨ Pour quelles valeurs de l'entier naturel n a-t-on : $\frac{3}{4} - p_n < 10^{-7}$?