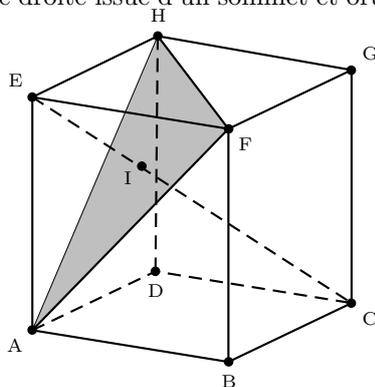


CONTRÔLE 9 -25-04-13-
Terminale S1, 2012-2013, Y. Angeli

EXERCICE 1.

12 points

On considère un cube $ABCDEFGH$, d'arête de longueur 1. On se place dans le repère $(D ; \overrightarrow{DA}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{DH})$. Une hauteur d'un tétraèdre est une droite issue d'un sommet et orthogonale à la face opposée à ce sommet.



- ① (a) Donner, sans justifier, les coordonnées des points A,B,C,D,E,F,G et H dans le repère indiqué.
 (b) Calculer l'aire du triangle EFH. En déduire le volume¹ du tétraèdre EAFH.
- ② (a) Déterminer une représentation paramétrique de la droite (EC).
 (b) Déterminer une équation cartésienne du plan (AFH).
 (c) Montrer que la droite (EC) est orthogonale au plan (AFH). En déduire que (EC) coupe (AFH) en un unique point I, projeté orthogonal de E sur (AFH).
 (d) Calculer les coordonnées de I.
 (e) Vérifier que la distance² du point E au plan (AFH) est égale à $\frac{\sqrt{3}}{3}$.
- ③ Déduire des question ①b et ②e l'aire de la face AFH.
- ④ Dans la suite de cet exercice, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

Définitions :

- un tétraèdre est dit de type 1 si ses faces ont même aire ;
- un tétraèdre est dit de type 2 si les arêtes opposées sont orthogonales deux à deux ;
- un tétraèdre est dit de type 3 si les hauteurs sont concourantes.

Préciser de quel(s) type(s) est le tétraèdre EAFH.

EXERCICE 2.

8 points

Soit $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ un repère orthonormal de l'espace.

On considère les points $A(2 ; 4 ; 1)$, $B(0 ; 4 ; -3)$, $C(3 ; 1 ; -3)$, $D(1 ; 0 ; -2)$, $I\left(\frac{3}{5} ; 4 ; -\frac{9}{5}\right)$

Pour chacune des quatre affirmations suivantes, dire, en justifiant, si elle est vraie ou si elle est fausse.

Pour chaque question, il est compté 2 points si la réponse est exacte et justifiée et zéro sinon.

- ① Une équation du plan (ABC) est : $2x + 2y - z - 11 = 0$.
- ② Les droites (AB) et (CD) sont orthogonales.
- ③ La droite (CD) est donnée par la représentation paramétrique suivante :

$$(CD) \quad \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$$

- ④ Le point I est sur la droite (AB).

1. On rappelle que le volume d'un tétraèdre est $\frac{1}{3}b \times h$ où b est l'aire d'une base et h la distance de cette base au sommet opposé (c'est-à-dire la distance du sommet à l'intersection de la hauteur issue du sommet avec la base).

2. La distance d'un point à un plan est la distance de ce point à son projeté orthogonal sur le plan