Contrôle commun -21-11-12-
Terminale S, 2012-2013, Lycée Newton

Exercice 1.

Une fabrique artisanale de jouets en bois vérifie la qualité de sa production avant sa commercialisation. Chaque jouet produit par l'entreprise est soumis à deux contrôles : d'une part l'aspect du jouet est examiné afin de vérifier qu'il ne présente pas de défaut de finition, d'autre part sa solidité est testée.

Il s'avère, à la suite d'un grand nombre de vérifications, que :

- 92 % des jouets sont sans défaut de finition ;
- parmi les jouets qui sont sans défaut de finition, 95 % réussissent le test de solidité ;
- 2 % des jouets ne satisfont à aucun des deux contrôles.

On prend au hasard unjouet parmi les jouets produits. On note :

- F l'évènement : « *le jouet est sans défaut de finition* » ;
- S l'évènement : « *le jouet réussit le test de solidité* ».

① Construction d'un arbre pondéré associé à cette situation.
  (a) Traduire les données de l'énoncé en utilisant les notations des probabilités.
  (b) Démontrer que $p_{\overline{\mathrm{F}}}\left(\overline{\mathrm{S}}\right) = \dfrac{1}{4}$.
  (c) Construire l'arbre pondéré correspondant à cette situation.

② Calcul de probabilités.
  (a) Démontrer que $p(\mathrm{S}) = 0,934$.
  (b) Un jouet a réussi le test de solidité. Calculer la probabilité qu'il soit sans défaut de finition. (On donnera le résultat arrondi au millième,)

③ Étude d'une variable aléatoire B.
Les jouets ayant satisfait aux deux contrôles rapportent un bénéfice de 10 €, ceux qui n'ont pas satisfait au test de solidité sont mis au rebut, les autres jouets rapportent un bénéfice de 5 €.
On désigne par B la variable aléatoire qui associe à chaque jouet le bénéfice rapporté.
  (a) Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire B.
  (b) Calculer l'espérance mathématique de la variable aléatoire B.

④ Étude d'une nouvelle variable aléatoire.
On prélève au hasard dans la production de l'entreprise un lot de 10 jouets.
On désigne par X la variable aléatoire égale au nombre de jouets de ce lot subissant avec succès le test de solidité. On suppose que la quantité fabriquée est suffisamment importante pour que la constitution de ce lot puisse être assimilée à un tirage avec remise.
  (a) Calculer la probabilité qu'exactement 8 jouets de ce lot subissent avec succès le test de solidité.
  (b) Calculer la probabilité qu'au moins 8 jouets de ce lot subissent avec succès le test de solidité.
  (c) On donne l'algorithme suivant :

```
N est une variable réelle
P est une variable entière
Affecter 0 à N
Affecter 1 à P
Tant que P > 0.01
  Faire
    Affecter 0.934P à P
    Affecter N + 1 à N
Fin de Tant que
Afficher N
```

Expliquer ce que réalise l'algorithme et donner la valeur de la variable N que va afficher ce programme. Interpréter le résultat.

Exercice 2.

① **Restitution organisée de connaissances**.
Démontrer qu'une suite croissante e tnon majorée diverge vers $+\infty$.

② Pour chacune des propositions suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse **en justifiant votre réponse**. Une réponse juste sans démonstration rapportera un quart des points.

(a) On considère la suite $(t_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $\begin{cases} t_0 & = & 0 \\ t_{n+1} & = & t_n + \dfrac{1}{(n+1)(n+2)}, \text{ pour tout } n \in \mathbb{N} \end{cases}$

<u>Proposition 1</u> : pour tout $n \in \mathbb{N}$, $t_n = \dfrac{n}{n+1}$.

(b) On considère la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}*}$ défine par $v_n = n^2 + 50(-1)^n$.
<u>Proposition 2</u> : $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = +\infty$.

(c) <u>Proposition 3</u> : si une suite n'est pas majorée et tend vers $+\infty$, alors elle est croissante.

(d) <u>Proposition 4</u> : toute suite bornée est convergente.

Exercice 3.

On considère la fonction f définie sur $D_f =]-\infty; 3[\cup]3; +\infty[$ par $f(x) = \dfrac{2x^2 - 5x + 2}{(x-3)^2}$. On note $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

① Calculer les coordonnées des éventuels points d'intersection de $\mathcal{C}_f$ avec l'axe des abscisses.

② Calculer les limites de f en $+\infty$ et en $-\infty$ et en déduire que $\mathcal{C}_f$ possède une asymptote d dont on donnera une équation.

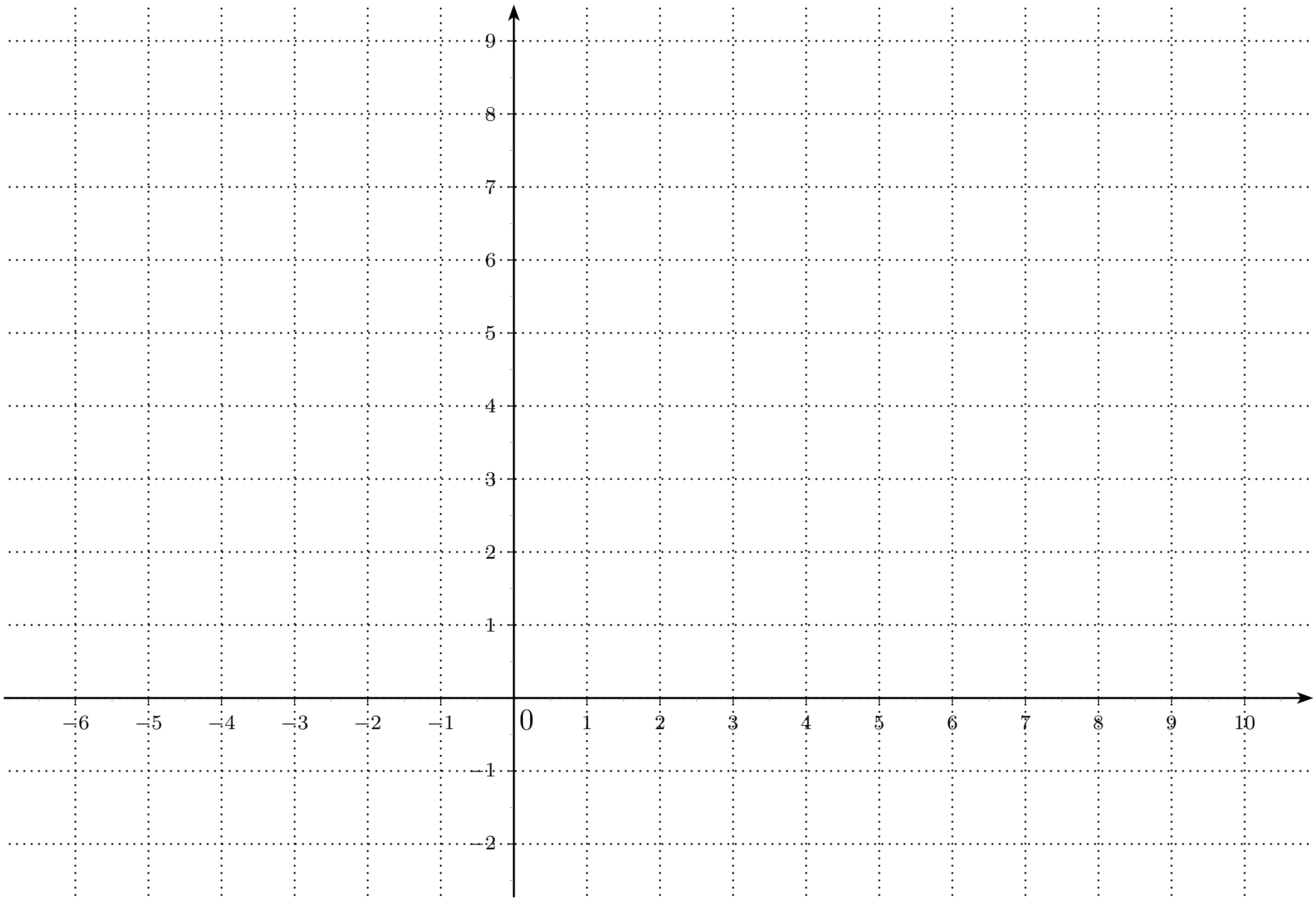
③ Etudier la limite de f en 3 et interpréter graphiquement le résultat.

④ Montrer que $f'(x) = \dfrac{-7x + 11}{(x-3)^3}$ et dresser le tableau de variations de f sur D_f.

⑤ Déterminer la position relative de $\mathcal{C}_f$ et de d sur D_f.

⑥ Tracer les éléments remarquables étudiés dans les questions précédentes et $\mathcal{C}_f$ sur l'annexe.

Annexe



NOM : .... CLASSE : ....