FEUILLE D'EXERCICES 7 -19.02-10-
Terminale ET, Lycée Newton, Y. Angeli

PARTIE A : DÉTERMINATION D'UNE FONCTION. TANGENTE À UNE COURBE

$(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ est le repère orthonormal, d'unité graphique 4 cm, donné en annexe.

La courbe $\mathcal{G}$, déjà tracée, représente une fonction g de la variable x définie sur $[0\ ;\ +\infty[$ par $g(x) = ax^2 + bx + c$ où $a,\ b,\ c$ sont des coefficients réels.

$\mathcal{G}$ passe par les points $\mathrm{E}\left(\frac{1}{2}\ ;\ \frac{1}{2}\right)$ $\mathrm{A}(1\ ;\ -1)$ et $\mathrm{B}(0\ ;\ 1)$.

1. **a.** À l'aide des renseignements ci-dessus, écrire un système de trois équations vérifiées par $a,\ b$ et c.

b. En déduire que, pour tout nombre réel positif $x,\ g(x) = -2x^2 + 1$.

2. **a.** La courbe $\mathcal{G}$ coupe l'axe des abscisses au point K. Déterminer la valeur exacte de l'abscisse de K.

b. Écrire une équation de la tangente $\mathcal{T}$ à $\mathcal{G}$ au point K et tracer $\mathcal{T}$ sur le graphique de l'annexe. On indiquera les points utilisés pour tracer $\mathcal{T}$.

PARTIE B : ÉTUDE D'UNE FONCTION ET TRACÉ D'UNE COURBE

Soit la fonction f définie sur $]0\ ;\ +\infty[$ par $f(x) = 1 - 2x^2 + \ln x$ et $\mathcal{C}$ sa courbe représentative dans le repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ donné en annexe.

1. **a.** Déterminer la limite en 0 de la fonction f. Que peut-on en déduire pour la courbe $\mathcal{C}$?

b. En remarquant que $f(x)$ peut aussi s'écrire sous la forme $f(x) = 1 + x\left(-2x + \frac{\ln x}{x}\right)$, déterminer la limite de f en $+\infty$.

2. **a.** Déterminer la dérivée de f.

b. Étudier le signe de cette dérivée sur $]0\ ;\ +\infty[$. Justifier.

c. En déduire le tableau de variations de f sur $]0\ ;\ +\infty[$.

3. **a.** Calculer les coordonnées du point d'intersection de $\mathcal{C}$ et $\mathcal{G}$.

b. Étudier les positions relatives de $\mathcal{C}$ et $\mathcal{G}$ sur $]0\ ;\ +\infty[$.

4. Tracer la courbe $\mathcal{C}$ sur le graphique après avoir complété le tableau de valeurs de f donné en annexe.

Partie C Calcul d'aire

1. Soit $\mathcal{E}$ la partie du plan limitée par $\mathcal{G}$, $\mathcal{C}$ et les droites d'équations $x = \dfrac{1}{e^2}$ et $x = 1$.

Hachurer $\mathcal{E}$.

2. Soit H la fonction définie sur $]0\,;\;+\infty[$ par $H(x) = x - x\ln x$. Déterminer la dérivée de H.

3. **a.** Déterminer, en explicitant le calcul, l'aire $\mathcal{A}$ du domaine $\mathcal{E}$ en unités d'aire.

b. Écrire l'arrondi au centième de l'aire $\mathcal{A}$ exprimée en cm^2.

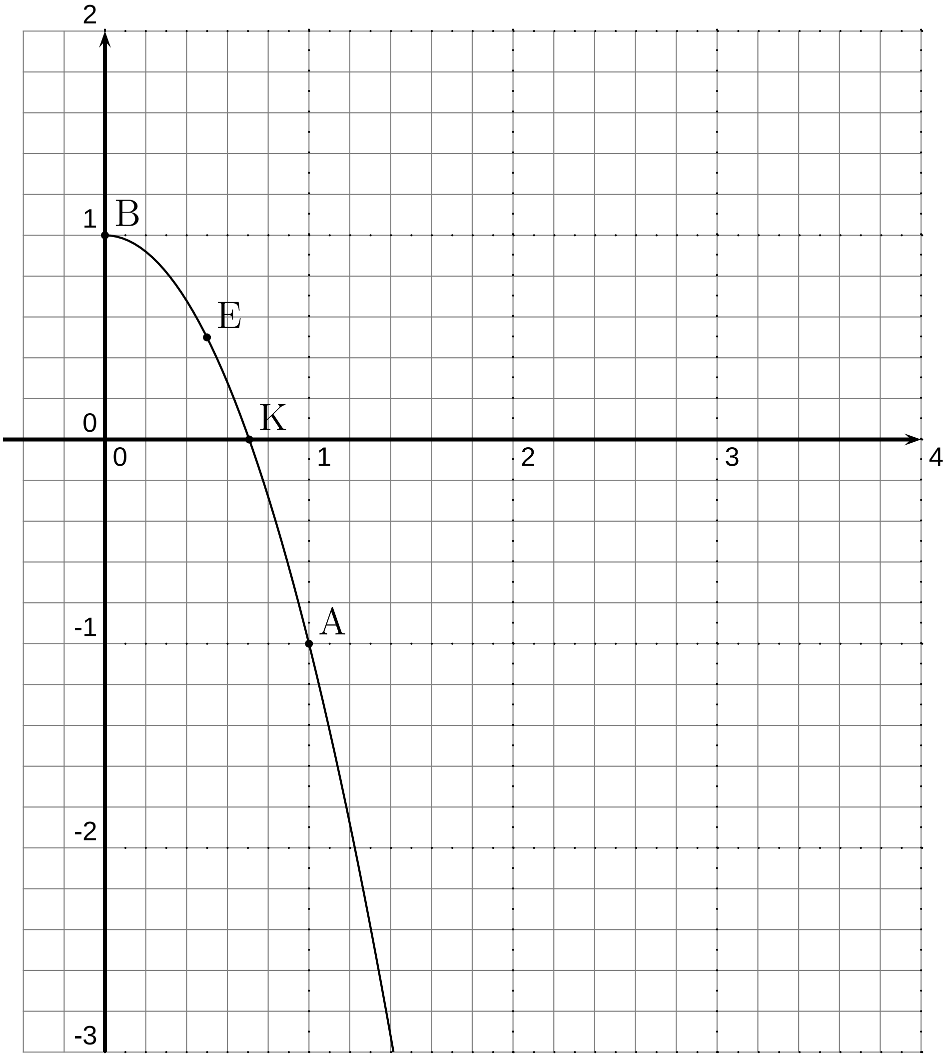

Tableau de valeurs de f

x	$\dfrac{1}{e^2}$	$\dfrac{1}{e}$	$\dfrac{1}{2}$	$\dfrac{3}{4}$	1	$\dfrac{5}{4}$	$\dfrac{3}{2}$
$f(x)$							