
FEUILLE D'EXERCICES 6 - 10.02.10 -
Terminale ET, Lycée Newton, Y. Angeli

EXERCICE 1.

On considère la fonction f définie par $f(x) = \ln(2x + 3) - 2\ln(x)$

1. Démontrer que l'ensemble de définition de f est $]0, +\infty[$.
2. Résoudre $f(x) = 0$.
3. Exprimer $f\left(\frac{1}{2}\right)$ en fonction de $\ln 2$.
4. Calculer la dérivée f' de f . Montrer que $f'(x) = -2\frac{x+3}{(2x+3)x}$.
5. Calculer $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.
6. Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x+3}{x^2}$. En déduire $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ (on pourra réécrire f différemment).
7. Étudier le signe de $f'(x)$ sur $]0, +\infty[$, dresser le tableau de variation de f .

EXERCICE 2.

On considère la fonction g définie par $g(x) = x \ln(x)$

1. Résoudre l'équation $1 + \ln(x) = 0$, puis donner le tableau de signes de $1 + \ln(x)$ en fonction de x .
2. Quel est l'ensemble de définition de g ?
3. Donner les limites de g en 0 et en $+\infty$.
4. Calculer $g'(x)$ et déduire de 1. le tableau de variation de g .
5. Calculer $\ln(\sqrt{e}) + \ln(\sqrt{e})$. En déduire que $\ln(\sqrt{e}) = \frac{1}{2}$.
6. Calculer $g(1)$ et $g(\sqrt{e})$.
7. Donner l'équation de la tangente à la courbe représentative de g en $x = \sqrt{e}$.
8. Montrer que l'équation $g(x) = \frac{1}{2}$ admet une solution unique α sur $[1, \sqrt{e}]$.
9. Donner une valeur approchée de α à 10^{-1} par excès.