Devoir Commun (2 heures) - 20.01.10 - Terminales E, Lycée Newton

Exercice 1. (14 points)

On considère la fonction f définie sur $]-\infty;2[$ par $f(x)=\dfrac{x^2+13x-14}{2-x}$.

On appelle $\mathcal{C}$ sa courbe dans un repère orthonormé.

1. Calculer la limite de f en 2. Donner l'équation de l'asymptote D associée.
2. (a) Démontrer que pour tout $x\in]-\infty;2[$, $f(x)=-x-15+\dfrac{16}{2-x}$.
   (b) Calculer la limite de f en $-\infty$.
   (c) Démontrer que la droite Δ d'équation $y=-x-15$ est asymptote oblique à $\mathcal{C}$ en $-\infty$.
   (d) Donner la position relative de $\mathcal{C}$ par rapport à Δ.
3. Démontrer que pour tout $x\in]-\infty;2[$, $f'(x)=\dfrac{(x+2)(6-x)}{(2-x)^2}$
4. Dresser le tableau de variation de f.
5. Calculer les coordonnées des points d'intersection A et B de la courbe $\mathcal{C}$ avec l'axe des abscisses.
6. Donner l'équation de la tangente T à $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 0.
7. Dans un repère d'unité $\frac{1}{2}$cm, représenter A,B,D, Δ et T puis l'allure de $\mathcal{C}$.

Exercice 2. (6 points)

On considère l'équation différentielle (E) : $y''+4y=0$.

1. Résoudre l'équation différentielle (E).
2. Trouver la solution g de (E) vérifiant $g(0)=\sqrt{2}$ et $g'(0)=-2\sqrt{2}$.
3. Montrer que pour tout $x\in\mathbb{R}$, on a $g(x)=2\cos\left(2x+\dfrac{\pi}{4}\right)$.
4. Résoudre sur $\mathbb{R}$ l'équation $g(x)=0$.