

---

DEVOIR 1 - 25.09.09 -  
Terminale ET, Lycée Newton, Y. Angeli

---

*Le problème qui suit est inspiré d'un exercice posé au bac, section STI, en 1998. Toutes les constructions géométriques se feront dans un seul et même repère, sans utiliser de valeurs approchées. Les traits de constructions doivent être apparents.*

Le plan est muni d'un repère orthonormal  $(O, \vec{u}, \vec{v})$  d'unité graphique  $2\text{cm}$ .

1. Soit  $z_A = -1 - i\sqrt{3}$ . et  $z_B = \overline{z_A}$ .
  - a. Calculer le module et un argument de  $z_A$ .
  - b. Déduire de **1.a** le module et un argument de  $z_B$ .
  - c. Construire le point  $A$  d'affixe  $z_A$ .
  - d. Placer le point  $B$  symétrique de  $A$  par rapport à l'axe des ordonnées. Quelle est l'affixe de  $B$  ?
  - e. Déterminer les longueurs  $OA$ ,  $OB$  et  $AB$ . Quelle est la nature du triangle  $OAB$  ?

2. Soit  $z_C = \sqrt{2} \left( \cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)$ .
  - a. Donner le module et un argument de  $z_C$ .
  - b. Montrer que la forme algébrique de  $z_C$  est  $z_C = 1 + i$ .
  - c. Construire le point  $C$  d'affixe  $z_C$ .

3. Soit  $z_D = \frac{z_B}{z_C}$ .
  - a. Mettre  $z_D$  sous forme algébrique.
  - b. Déduire des questions **1.b** et **2.a** le module et un argument de  $z_D$ .
  - c. Mettre  $z_D$  sous forme trigonométrique.
  - d. Déduire des questions **3.a.** et **3.c.** que

$$\cos \frac{5\pi}{12} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4} \quad \text{et} \quad \sin \frac{5\pi}{12} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}.$$

4. Pour  $x \in \mathbb{R}$ , on pose

$$f(x) = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4} \cos x + \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4} \sin x.$$

- a. Démontrer que l'on peut écrire, pour tout réel  $x$  :

$$f(x) = \cos \left( \frac{5\pi}{12} - x \right).$$

- b. Résoudre  $f(x) = 0$  sur  $\mathbb{R}$ .