TP 7 : Méthode des rectangles -08-02-13-
Terminale ES-L, 2012-2013, d'après F. Madigou

Exercice 1. Encadrement de l'aire sous la courbe gaussienne par la méthode des rectangles.

① Représenter la fonction $f : x \mapsto \mathrm{e}^{-\frac{x^2}{2}}$ à l'aide du logiciel géogébra.
La courbe représentative de cette fonction est appelée *gaussienne*. Elle correspond à une loi de propbabilité appelé *loi normale centrée réduite* que nous allons étudier prochainement.

② Créer un curseur n qui varie entre 1 et 1 000, avec un pas de 1 et une largeur de 300.
Créer un autre curseur b qui varie entre 0 et 20 avec un pas de 0,1.
Fixer n à la valeur 1 et b à la valeur 3.

③ Dans la ligne de saisie, entrer « Iinf = SommeInférieure[f,-b,b,n] ».
Comment varie la suite des valeurs Iinf lorsque n augmente ? ✎
Quelle conjecture peut-on faire sur la limite de Iinf lorsque n tend vers $+\infty$? ✎
Qu'a-t-on calculé ? (au besoin, se servir de l'aide en ligne pour répondre). ✎

④ Utiliser une fonction géogébra semblable pour répondre aux mêmes questions à l'aide d'un nombre Isup désignant l'aire des « rectangles supérieurs ». ✎

⑤ Donner une valeur approchée à 10^{-2} près de $\displaystyle\int_{-3}^{3} \mathrm{e}^{-\frac{x^2}{2}} dx$. ✎

⑥ Valider cette valeur à l'aide de la fonction **Intégrale** de géogébra (entre les bornes $-b$ et b, on nommera I le résultat calculé).

⑦ Que dire des variations et de la limite de I lorsque b augmente. Comment l'expliquer ? ✎
On notera $\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{e}^{-\frac{x^2}{2}} dx$ cette valeur limite. Calculer $\dfrac{I^2}{2}$ et conjecturer $\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{e}^{-\frac{x^2}{2}} dx$. ✎

⑧ Proposer une méthode pour calculer la probabilité qu'un point placé aléatoirement entre la courbe et l'axe des abscisses ait son abscisse comprise entre -1 et 1.
Donner une valeur approchée du résultat à 10^{-2} près. ✎

⑨ Donner, à 10^{-2} près, des valeurs approchées de b pour que la probabilité précédente soit respectivement égale 0,95 puis 0,99. ✎

Exercice 2. Algorithme de la méthode des rectangles

On souhaite réaliser un algorithme qui donne un encadrement de $\displaystyle\int_a^b f(x)dx$

On suppose f croissante.

L'utilisateur entre une fonction f dans Y_1 qui sera appelée dans le programme (voir TP sur la dichotomie, Y_1 n'est donc pas saisie par l'utilisateur). Celui-ci saisit les bornes a, b et le nombre N de rectangles. L'affichage en sortie est celui des valeurs Iinf et Isup de l'exercice 1.

On pourra utiliser les variables A, B et N (respectivement pour a, b, N), un compteur K pour la boucle, la largeur L d'un rectangle et S et T pour les valeurs Iinf et Isup.

Avant d'écrire l'algorithme, on trouvera l'expression de L en fonction de A, B et N, ainsi que l'expression de la surface du petit rectangle numéro K en fonction de Y_1, L, K, A, et du grand rectangle numéro K.

Tester le programme pour une fonction non croissante (par exemple $f(x) = \sqrt{1-x^2}$ sur l'intervalle $[-1; 1]$). L'approximation semble-t-elle encore valable ?