

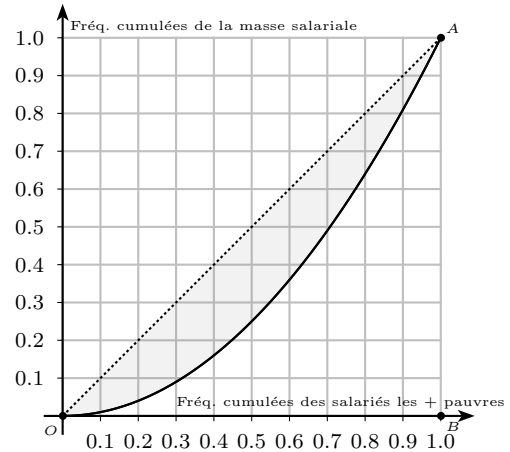
TERMINALE ES-L -22-02-13-  
Feuille d'exercices 24, 2012-2013, Y. Angeli

Afin de évaluer les inégalités, par exemple salariales dans une entreprise, Lorentz a eu l'idée de représenter la courbe des fréquences cumulées de la masse salariale en fonction de la fréquence cumulée des salariés les plus pauvres.

**EXERCICE 1. Courbe de Lorentz**

La courbe de Lorentz en traits pleins ci-contre illustre la situation d'une entreprise.

- ① Quel pourcentage de la masse salariale revient aux 50% des salariés les plus pauvres ?
- ② Quel pourcentage de la masse salariale revient aux 10% des salariés les plus riches ?
- ③ Quel pourcentage des salariés les plus pauvres paient-ils avec la moitié de la masse salariale ?
- ④ Que peut-on dire des salaires de l'entreprise dont la courbe de Lorentz est en pointillés ?



**EXERCICE 2. Propriétés des courbes de Lorentz**

On note  $f$  la fonction représentée par la courbe de Lorenz  $\mathcal{C}$ .

- ① Expliquer pourquoi  $f$  vérifie
  - (a)  $f(0) = 0$     (b)  $f(1) = 1$ .    (c)  $f(x) \leq x$     (d)  $f$  est croissante    (e)  $f$  convexe.
- ② Vérifier que les fonctions suivantes conviennent : pour  $x \in [0; 1]$ 
  - (a)  $f_1(x) = x^2$     (b)  $f_2(x) = x^3$     (c)  $f_3(x) = \frac{e^{2x} - 1}{e^2 - 1}$
- ③ Représenter ces trois fonctions ainsi que  $y = x$  à la calculatrice.
  - (a) Laquelle correspond à la situation la plus inégalitaire ?
  - (b) Conjecturer laquelle des trois est la moins inégalitaire.

**EXERCICE 3. Coefficient de Gini**

Le *coefficient de Gini*, noté  $\gamma$  est une mesure du degré d'inégalité de la distribution des revenus dans une population.

On a  $\gamma = \frac{\text{aire entre } [OA] \text{ et } \mathcal{C}}{\text{aire du triangle } OBA}$

- ① Expliquer pourquoi  $0 \leq \gamma \leq 1$  et dire à quoi correspondent les situations extrêmes.
- ② Montrer que  $\gamma = 1 - 2 \int_0^1 f(x) dx$ .
- ③ Calculer  $\gamma$  pour les fonctions  $f_1, f_2$  et  $f_3$ .
- ④ Valider la conjecture émise dans l'exercice précédent.