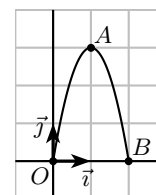


FEUILLE D'EXERCICES 21 -12-02-13-
Terminale ES-L, 2012-2013, Y. Angeli

EXERCICE 1. Questions indépendantes

- ① Calculer $\int_0^n e^{-x} dx$. On note $\int_0^{+\infty} e^{-x} dx = \lim_{n \rightarrow +\infty} \int_0^n e^{-x} dx$. Évaluer cette limite.
- ② Déterminer la primitive F de $f :]0, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto x^2 - \frac{x}{2} + 1$ qui vérifie $F(1) = 0$.
- ③ Calculer la valeur moyenne de la fonction $x \mapsto x^3$ sur l'intervalle $[-m, m]$, où $m > 0$.
- ④ Soit $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction continue. Calculer $\int_4^4 g(x) dx$.
- ⑤ Soit $u :]-1; +\infty[\rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto 3x^2 e^{x^3+1}$. Déterminer une primitive U de u sur $] -1; +\infty[$.
En déduire une primitive de $v :]-1; +\infty[\rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto x^2 e^{x^3+1}$.
- ⑥ Soit p et q deux fonctions définies sur \mathbb{R} par $p(x) = x^2 + x + 2$ et $q(x) = x + 3$.
On note \mathcal{C}_p et \mathcal{C}_q leurs courbes respectives dans un repère orthonormé.
Étudier la position relative des deux courbes.
Calculer l'aire de la surface située entre les deux courbes et délimitée en abscisse par $-1 \leq x \leq 1$.
- ⑦ La courbe ci-contre représente une fonction w définie sur $[0, 2]$.
Calculer l'aire en cm^2 du triangle OAB .
Expliquer pourquoi $3 \leq \int_0^2 w(x) dx \leq 6$.
- ⑧ Soit f une fonction continue et croissante sur $[0; 1]$ telle que $f(0) = 2$.
Soit F la primitive de f qui s'annule en 0.
Déterminer les variations et la convexité de F . En déduire : $F(x) \geq 2x$ pour tout $x \in [0; 1]$.



EXERCICE 2. selon le bac ES Liban mai 2012

Partie A : Étude de la fonction f définie sur $[0 ; +\infty[$ par $f(x) = xe^x - e^x - 8$.

- ① Montrer que $f'(x) = xe^x$ où f' désigne la fonction dérivée de f sur $[0; +\infty[$.
- ② Dresser le tableau de variations complet de f sur $[0 ; +\infty[$.
- ③ (a) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet sur $[0 ; +\infty[$ une unique solution a .
(b) Montrer que $2,040 < a < 2,041$.
(c) En déduire le signe de $f(x)$ en fonction des valeurs de x sur $[0 ; +\infty[$.
- ④ (a) Montrer que la fonction g définie sur $[0 ; +\infty[$ par $g(x) = xe^x - 2e^x - 8x$ est une primitive de f sur $[0 ; +\infty[$.
(b) Calculer la valeur exacte de $\int_3^5 f(x) dx$.

Partie B : Application à une situation économique

Une entreprise fabrique x milliers d'objets avec x appartenant à $[0; 5]$.

La fonction f modélise les bénéfices ou les pertes de l'entreprise en centaine d'euros.

En utilisant les résultats de la partie A, répondre aux questions suivantes en justifiant :

- ① À partir de combien d'objets produits, l'entreprise réalise-t-elle des bénéfices ?
- ② L'entreprise pense produire régulièrement entre 3 et 5 milliers d'objets.
Déterminer la valeur moyenne du bénéfice sur $[3; 5]$ (arrondir à l'euro près).