

**FEUILLE D'EXERCICES 20 -05-02-13-**  
**Terminale ES-L, 2012-2013, Y. Angeli**

**Autour des antibiotiques**

Une personne reçoit un traitement à la pénicilline par injection. On admet qu'au début du traitement, son sang ne contenait aucune trace de cette substance. On note  $(u_n)$  la quantité de pénicilline, en milligrammes, contenue dans le sang de la personne après  $n$  minutes de traitement. On sait que :

- ★ le dispositif de transfusion diffuse le médicament à un débit de  $d$  milligrammes par minute.
- ★ un être humain élimine naturellement 0,04% de la pénicilline contenue dans son sang à chaque minute.

**EXERCICE 1.** Injection médicamenteuse : aspect algorithmique

- ① Expliquer pourquoi  $(u_n)$  vérifie  $u_0 = 0$  et  $u_{n+1} = d + 0,9996 u_n$  pour tout  $n \in \mathbb{N}$ .
- ② Écrire l'algorithme d'un programme qui demande à l'utilisateur  $d$  et  $n$  et qui affiche le quantité de pénicilline dans le sang du patient après  $n$  minutes.

**EXERCICE 2.** Injection médicamenteuse : modèle discret

- ① Montrer que la suite  $(v_n)$ , définie par pour tout entier naturel  $n$  par  $v_n = u_n - 2500d$ , est une suite géométrique. Préciser la raison et le premier terme de cette suite..
- ② Pour  $n \in \mathbb{N}$ , exprimer  $u_n$  en fonction de  $n$  et  $d$ . En déduire, en fonction de  $d$ ,  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ .
- ③ On veut, à long terme, maintenir dans le sang une quantité de pénicilline voisine de 80 mg. Quel débit  $d$  le médecin va-t-il choisir ?

**EXERCICE 3.** Injection médicamenteuse : modèle continu

- ① Donner l'équation de la tangente à la courbe de la fonction exponentielle. En déduire :  $e^{-0,0004} \approx 0,9996$ . S'agit-il d'une approximation par excès ou par défaut ? Pourquoi ?
- ② On décide donc de modéliser la quantité de pénicilline contenue dans le sang du patient, en milligrammes, par  $f(t) = 80(1 - e^{-0,0004t})$  où  $t$  désigne le temps écoulé en minutes depuis le début du traitement. Étudier le sens de variations et la convexité de  $f$ .
- ③ Démontrer que l'équation  $f(x) = 40$  admet une solution unique  $t_0$  sur  $[0; 2000]$  puis sur  $\mathbb{R}$ . Donner, à la seconde près, le temps écoulé depuis le début du traitement lorsque la quantité de pénicilline atteint la moitié de son seuil limite.

**EXERCICE 4.** Enquête anonyme sur la prescription d'antibiotiques

Pour garantir l'anonymat dans certaines enquêtes par sondage, on introduit le hasard dans les réponses possibles. Admettons que l'on cherche à savoir quelle est la proportion de médecins prescrivant systématiquement des antibiotiques pour les maux de gorge (événement  $A$ ). On demande à chaque médecin interrogé de se retirer dans son cabinet et de jouer à pile ou face :

- ★ S'il obtient pile, il doit répondre, sincèrement, à la question :  
« Prescrivez vous toujours des antibiotiques en cas de maux de gorge ? »
- ★ S'il obtient face, il doit rejouer et répondre, toujours aussi sincèrement, à la question : « Avez-vous obtenu face au second tirage ? »

Ainsi le médecin donne une seule réponse, « oui » ou « non », mais l'enquêteur ne sait pas s'il a répondu à la première ou à la deuxième question. On note  $F$ , l'évènement : « le résultat de la première pièce est face » et  $O$ , l'évènement : « la réponse à la question est oui ». On note  $\bar{F}$  et  $\bar{O}$  les évènements contraires et  $p = \mathbb{P}(A)$ .

- ① Les évènements  $F$  et  $A$  sont clairement indépendants. En déduire :  $p = \mathbb{P}_F(A) = \mathbb{P}_F(O)$ .
- ② Dresser un arbre pondéré reflétant la situation.
- ③ On suppose que l'on a obtenu 41% de « oui ». Répondre au problème.
- ④ On choisit 4 médecins au hasard. Quelle est le probabilité qu'aucun ne prescrive systématiquement des antibiotiques ? Qu'exactement deux d'entre eux en prescrivent toujours ?