

FEUILLE D'EXERCICES 18 -23-01-13-
Terminale ES-L, 2012-2013, Y. Angeli

Définition 1. Une *primitive* F d'une fonction f définie sur un intervalle I est une fonction qui vérifie $F'(x) = f(x)$ pour $x \in I$. Par exemple, une primitive de la fonction $x \mapsto 2x$ est $x \mapsto x^2$

EXERCICE 1. Recherche de primitives

- ① Trouver une primitive F de la fonction définie par $f(x) = 3x^2$ sur \mathbb{R} .
- ② Trouver une autre primitive G de f .
- ③ Déterminer une primitive sur $]0; +\infty[$ de chacune des fonctions suivantes :

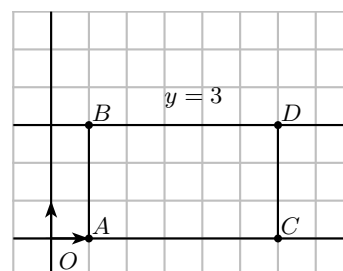
$$f_1(x) = 5x^4; \quad f_2(x) = 3; \quad f_3(x) = 3x^2 - 2x + 1; \quad f_4(x) = \frac{1}{x^2}.$$

- ④ Donner une primitive F de la fonction exponentielle. Soit G une primitive de $x \mapsto e^x$ et h définie sur \mathbb{R} par $h(x) = F(x) - G(x)$. Calculer $h'(x)$. Qu'en déduire pour h ?
Donner la forme générale d'une primitive de $x \mapsto e^x$. Laquelle s'annule en 1?

EXERCICE 2. Aire sous la courbe d'une fonction constante

On a représenté la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 3$.

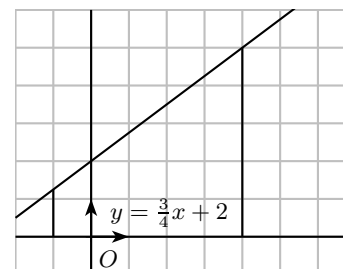
- ① Calculer l'aire \mathcal{A} du rectangle ABCD, en unités d'aires.
- ② Trouver une primitive F de f .
- ③ Comparer $F(6) - F(1)$ et \mathcal{A} .



EXERCICE 3. Aire sous la courbe d'une fonction affine

On a représenté la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \frac{3}{4}x + 2$.

- ① Calculer l'aire \mathcal{A} du trapèze délimité par $y = f(x)$, $y = 0$, $x = 4$ et $x = -1$.
- ② Trouver une primitive F de f . Comparer $F(4) - F(-1)$ et \mathcal{A} .

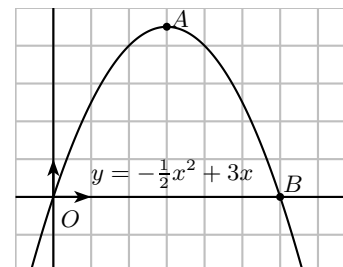


EXERCICE 4. Aire sous une parabole.

ARCHIMÈDE a démontré que l'aire d'un secteur compris entre une droite et une parabole était égal à quatre tiers de l'aire du triangle de même base et même hauteur que ce secteur.

On a représenté la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 3x$.

- ① Calculer l'aire \mathcal{A}_0 du triangle OAB . En déduire l'aire \mathcal{A} du secteur délimité par $y = f(x)$ et $y = 0$
- ② Trouver une primitive F de f . Comparer $F(6) - F(0)$ et \mathcal{A} .



EXERCICE 5. En généralisant...

Déterminer l'aire du secteur défini par $y \geq 0$, $x \geq 1$, $x \leq 9$ et $y \leq \frac{1}{2\sqrt{x}}$.

EXERCICE 6. Plus difficile

Aire du secteur défini par $0 \leq x \leq 1$ et $0 \leq y \leq e^{3x}$?