

FEUILLE D'EXERCICES 16 -09-01-13-
Terminale ES-L, 2012-2013, Y. Angeli

EXERCICE 1. Étude de fonctions

Réaliser l'étude complète (tableau de variation, convexité) des fonctions suivantes :

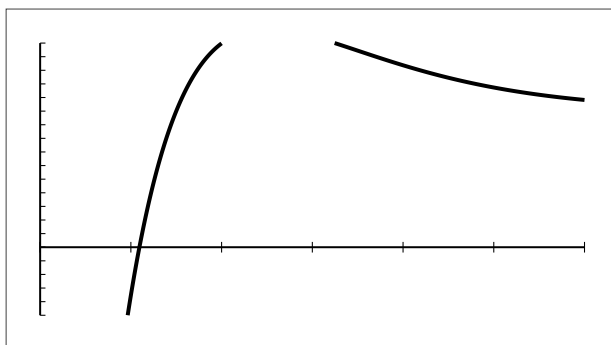
- ① $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto e^{-x} + x$ ② $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto x^2 e^{-2x}$ ③ $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \frac{e^x}{x}$ ④ $u : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto e^{-x^2}$

EXERCICE 2. Bac ES, Métropole juin 2012

Le bénéfice en milliers d'euros que réalise une entreprise lorsqu'elle fabrique et vend x centaines d'objets (pour x compris entre 0 et 6) est donné par

$$f(x) = (200x - 300)e^{-x-1} + 10$$

Alix a affiché sur l'écran de sa calculatrice la courbe représentative de la fonction f sur l'intervalle $[0 ; 6]$.



Partie A : objectif « réaliser un bénéfice maximal »

L'écran ne permet pas à Alix de déterminer le bénéfice maximal.

Il décide donc d'étudier la fonction f sur l'intervalle $[0 ; 6]$. On admet que cette fonction est dérivable sur l'intervalle $[0 ; 6]$. On désigne par f' la fonction dérivée de la fonction f .

- ① Établir que, pour tout nombre réel x de l'intervalle $[0 ; 6]$, $f'(x) = (500 - 200x)e^{-x-1}$
- ② Dresser le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0 ; 6]$.
- ③ En déduire le nombre d'objets à vendre pour réaliser un bénéfice maximal. Quel est ce bénéfice maximal en euros? (Donner la réponse arrondie à l'euro).
- ④ Proposer un réglage de la fenêtre graphique permettant de visualiser le maximum de la fonction f .

Partie B : objectif « ne pas vendre à perte »

- ① Au vu du graphique obtenu par Alix, à partir de combien d'objets l'entreprise ne vend-elle pas à perte?
- ② Démontrer que sur l'intervalle $[1 ; 2]$ l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution notée α .
- ③ Donner une valeur approchée de α à 10^{-2} près.
- ④ Préciser le nombre d'objets à partir duquel l'entreprise ne vend pas à perte.

Partie C : objectif « perte marginale décroissante »

- ① Étudier la convexité de f .
- ② À partir de quel quantités d'objets la perte marginale (perte générée par la production d'un objet supplémentaire) est-elle décroissante?

EXERCICE 3. exponentielle et suite

Soient $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite arithmétique de raison r et $q > 0$. Montrer que la suite (v_n) définie par $v_n = q^{u_n}$ pour $n \in \mathbb{N}$ est géométrique et déterminer sa raison.