

FEUILLE D'EXERCICES 14 -12-12-12-
Terminale ES-L, 2012-2013, Y. Angeli

EXERCICE 1. Selon l'exercice de spécialité du bac ES de la Réunion, juin 2006

On considère la suite numérique (u_n) définie par :

$$\begin{cases} u_1 &= 12 \text{ et} \\ u_{n+1} &= \frac{1}{3}u_n + 5 \text{ pour tout entier naturel } n \geq 1 \end{cases}$$

- ① Soit la suite (v_n) définie, pour tout entier naturel $n \geq 1$, par : $v_n = u_n - \frac{15}{2}$.
- (a) Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison $\frac{1}{3}$.
- (b) Exprimer alors v_n en fonction de n .
- (c) Déterminer la limite de la suite (v_n) puis en déduire la limite de la suite (u_n) .
- ② Étudier la monotonie de la suite (u_n) .
- ③ Est-il possible de déterminer n de sorte que :
- (a) $u_n = 4$? (b) $u_n - \frac{15}{2} \leq 10^{-6}$?

EXERCICE 2. probabilité, extrait du bac S Pondichéry juin 2009

On dispose de deux dés cubiques dont les faces sont numérotées de 1 à 6. Ces dés sont en apparence identiques mais l'un est bien équilibré et l'autre truqué. Avec le dé truqué la probabilité d'obtenir 6 lors d'un lancer est égale à $\frac{1}{3}$.

Les résultats seront donnés sous forme de fractions irréductibles.

- ① On lance le dé bien équilibré trois fois de suite et on désigne par X la variable aléatoire donnant le nombre de 6 obtenus.
- (a) Quelle loi de probabilité suit la variable aléatoire X ? Quelle est son espérance?
- (b) Calculer $P(X = 2)$.
- ② On choisit au hasard l'un des deux dés, les choix étant équiprobables. Et on lance le dé choisi trois fois de suite.
- On considère les événements D et A suivants :
- D : « le dé choisi est le dé bien équilibré » ;
 - A : « obtenir exactement deux 6 ».
- (a) Calculer, à l'aide d'un arbre, la probabilité des événements suivants :
- « choisir le dé bien équilibré et obtenir exactement deux 6 » ;
 - « choisir le dé truqué et obtenir exactement deux 6 ».
- (b) En déduire que : $p(A) = \frac{7}{48}$.
- (c) Ayant choisi au hasard l'un des deux dés et l'ayant lancé trois fois de suite, on a obtenu exactement deux 6. Quelle est la probabilité d'avoir choisi le dé truqué?
- ③ On choisit au hasard l'un des deux dés, les choix étant équiprobables, et on lance le dé n fois de suite (n désigne un entier naturel supérieur ou égal à 2).
- On note B_n l'évènement « obtenir au moins un 6 parmi ces n lancers successifs ».
- (a) Déterminer, en fonction de n , la probabilité p_n de l'évènement B_n .
- (b) Calculer la limite de la suite (p_n) . Commenter ce résultat.