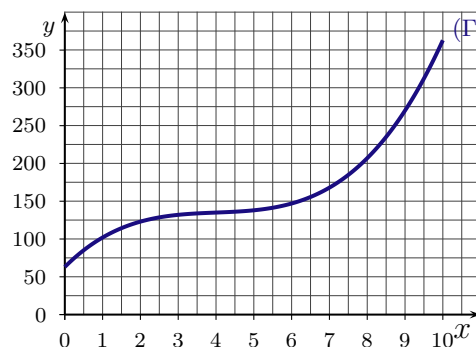


FEUILLE D'EXERCICES 13 -11-12-12-
Terminale ES-L, 2012-2013, Y. Angeli

Soit C_T la fonction définie pour tout réel x élément de l'intervalle $]0; 10]$ par $C_T(x) = x^3 - 12x^2 + 50x + 63$.

La fonction C_T modélise sur l'intervalle $]0; 10]$ le coût total de production exprimé en milliers d'euros, où x désigne le nombre de milliers d'articles fabriqués chaque jour.

La courbe représentative de la fonction coût total, notée (Γ) , est donnée ci-contre :



Partie A : Étude du coût total

① Par lecture graphique :

- (a) Sur quel intervalle la fonction C_T semble-t-elle convexe ? concave ?
- (b) La courbe (Γ) a-t-elle un point d'inflexion ?

② On note C' la dérivée de la fonction C_T . (coût marginal)

- (a) Calculer $C'(x)$. Étudier les variations de la dérivée C' .
- (b) Démontrer les conjectures de la question ①.

Partie B : Étude du coût moyen

On considère la fonction C_M définie sur l'intervalle $]0; 10]$ par $C_M(x) = \frac{C_T(x)}{x}$. La fonction C_M mesure le coût moyen de production, exprimé en euros, par article fabriqué.

① Soit A le point d'abscisse a de la courbe (Γ) .

- (a) Montrer que le coefficient directeur de la droite (OA) est égal au coût moyen $C_M(a)$
- (b) Conjecturer graphiquement, les variations de la fonction C_M

② Le coût marginal, coût d'une unité supplémentaire produite est assimilé à la dérivée du coût total. Graphiquement, comparer le coût marginal et le coût moyen minimal.

③ On désigne par C'_M la dérivée de la fonction C_M .

- (a) Calculer $C'_M(x)$.
- (b) Montrer que l'équation $C'_M(x) = 0$ admet une solution unique α . À l'aide de la calculatrice, déterminer la valeur de α arrondie au centième près.
- (c) Étudiez les variations de la fonction C_M .
- (d) En déduire le prix de vente minimal, arrondi à l'euro près, d'un article pour que l'entreprise ne travaille pas à perte ?

④ Justifier que lorsque le coût moyen est minimal, alors le coût moyen est égal au coût marginal.

Partie C : Rendements et convexité.

Les *rendements marginaux* sont décroissants lorsque le coût marginal est croissant.

Les *rendements d'échelles* sont décroissants lorsque le coût moyen est croissant.

Déterminer les valeurs à partir desquelles ces rendements deviennent décroissants.

Comment lire sur la courbe du coût total les variations des rendements marginaux ?