Feuille d'exercices 12 -27-11-12-
Terminale ES-L, 2012-2013, Y. Angeli

Soit f une fonction définie sur un intervalle I. On rappelle que le *taux d'accroissement* de f entre $x \in I$ et $x+h \in I$ est le nombre

$$\tau_{x,h}f = \frac{f(x+h)-f(x)}{h}.$$

Le *nombre dérivé* $f'(x)$ est la limite, lorsque h tend vers 0, du taux d'accroissement $\tau_{x,h}f$

Exercice 1. Dérivée de la fonction carrée

① Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2$. Pour tout $x \in \mathbb{R}$ et $h \neq 0$ calculer $\tau_{x,h}f$ en simplifiant au maximum.

② En déduire $f'(x)$.

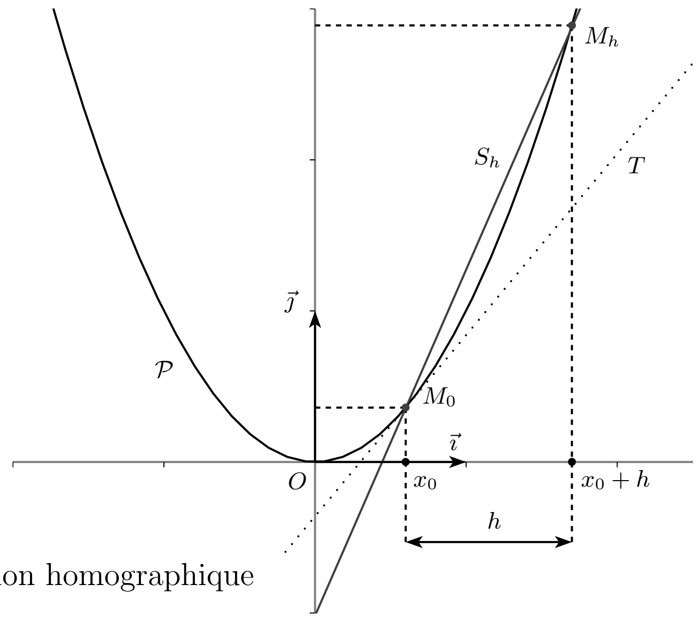
Exercice 2. Interprétation géométrique

Soit $\mathcal{P}$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé.

① Rappeler l'équation de $\mathcal{P}$. Soit M_0 le point de $\mathcal{P}$ d'abscisse $x_0 \in \mathbb{R}$ et et M_h le point de $\mathcal{P}$ d'abscisse $x_0 + h$ (où $h \neq 0$). Déterminer les ordonnées de ces deux points (en fonction de x_0 et h).

② Montrer que le coefficient directeur de la droite sécante $S_h = (M_0M_h)$ est $\tau_{x_0,h}f$.

③ Recopier et compléter : « Lorsque h tend vers 0 la position limite de la sécante S_h est la [. . .]. La limite du coefficient directeur $\tau_{x,h}f$ de S_h est [. . .]. Le coefficient directeur de [. . .] est donc [. . .] »



Exercice 3. Inverse et racine

- Refaire l'exercice 1 pour

$$f(x) = \frac{1}{x} \text{ sur } \mathbb{R} - \{0\}$$

- Refaire l'exercice 1 pour

$$f(x) = \sqrt{x} \text{ sur }]0; +\infty[$$

Exercice 4. Étude d'une fonction homographique

Soit f la fonction définie par $f(x) = \dfrac{x+1}{x+2}$. On note $\mathcal{C}$ sa courbe dans un repère orthonormé.

① Déterminer l'ensemble de définition $\mathcal{D}$ de la fonction f.

② Calculer $f'(x)$ pour tout $x \in \mathcal{D}$ et dresser le tableau de variations de f.

③ Donner l'équation de la tangente à $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 0.

④ Montrer que $\mathcal{C}$ possède deux tangentes parallèles à la droite d'équation $y = x$.

⑤ Conjecturer la convexité de f sur $]-\infty; -2[$ et sur $]2; +\infty[$.

⑥ Calculer, pour $x \neq 2$, $f''(x)$ et valider la conjecture précédente.