

DEVOIR MAISON 7 -22-03-13-  
Terminale ES-L, 2012-2013

EXERCICE 1.

Soit  $f$  la fonction définie pour tout réel  $x$  par  $f(x) = e^{2x-0,5x^2}$ .

**partie a**

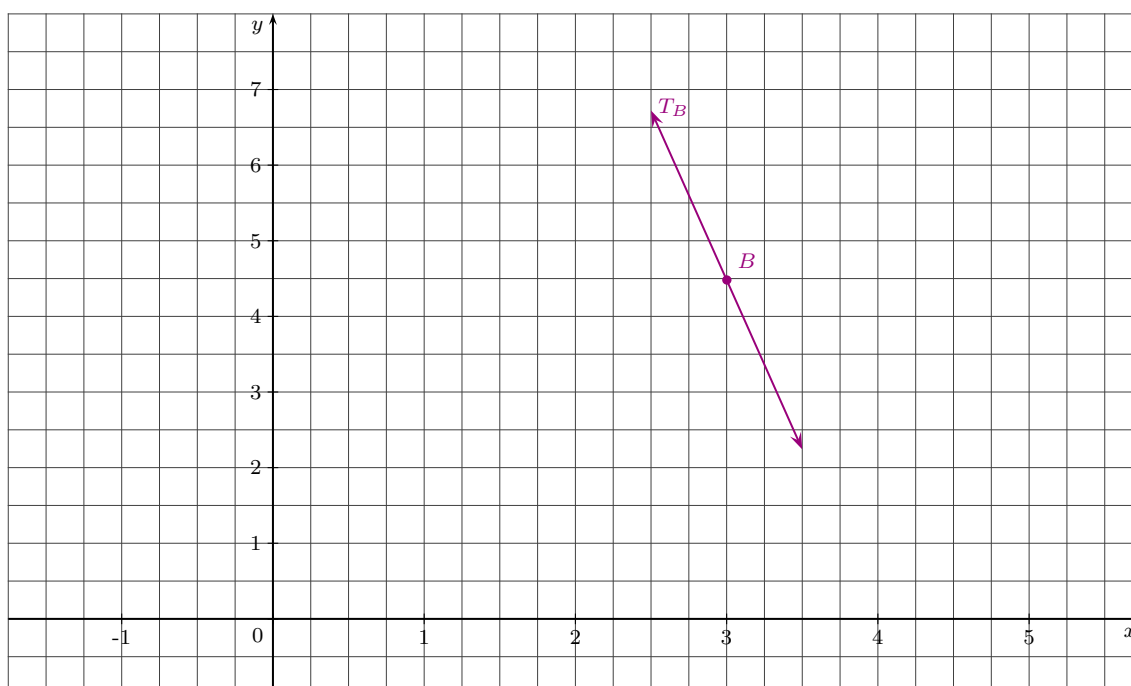
- ① Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $f(x) = 1$ .
- ② (a) On note  $f'$  la dérivée de la fonction  $f$ . Calculer  $f'(x)$ .  
(b) Étudier les variations de la fonction  $f$ .
- ③ (a) On note  $f''$  la dérivée seconde de la fonction  $f$ . Calculer  $f''(x)$ .  
(b) Étudier la convexité de la fonction  $f$ .

**Partie b**

On note  $\mathcal{C}_f$  la courbe représentative de la fonction  $f$ .

- ① (a) Montrer que la courbe  $\mathcal{C}_f$  admet deux points d'inflexion  $A$  et  $B$ .  
(b) Dans le graphique donné en annexe, on a tracé la tangente  $T_B$  à la courbe  $\mathcal{C}_f$  au point  $B$  dans le plan muni d'un repère orthogonal.  
Calculer les coordonnées du point  $B$ .  
(c) Montrer que la tangente  $T_A$  à la courbe  $\mathcal{C}_f$  au point  $A$  passe par l'origine du repère.
- ② Déterminer une équation de la tangente  $D$  à la courbe  $\mathcal{C}_f$  au point d'abscisse 0.
- ③ Dans le graphique donné en annexe, tracer les tangentes  $T_A$  et  $D$  puis représenter la courbe  $\mathcal{C}_f$ .

**annexe**



## EXERCICE 2.

Une agence de location de voitures propose trois types de véhicules cabriolet, utilitaire ou prestige.

Une assurance facultative correspondant à une suppression totale de franchise en cas de dommage est proposée au moment de la location.

Une étude statistique a permis d'établir que :

- ★ 60 % des clients louent un cabriolet et 10% louent un véhicule de prestige.
- ★ 21 % des clients ont loué un véhicule utilitaire et ont souscrit un contrat d'assurance.
- ★ 40 % des clients qui ont loué un cabriolet souscrivent un contrat d'assurance.
- ★ 54 % des clients souscrivent un contrat d'assurance.

On prélève au hasard la fiche d'un client et on considère les évènements suivants :

- ★  $C$  l'évènement « le client a loué un cabriolet ».
- ★  $P$  l'évènement « le client a loué un véhicule de prestige ».
- ★  $U$  l'évènement « le client a loué un véhicule utilitaire ».
- ★  $A$  l'évènement « le client a souscrit un contrat d'assurance ».

- ① (a) Calculer la probabilité que la fiche soit celle d'un client ayant loué un véhicule utilitaire.  
(b) La fiche est celle d'un client ayant loué un véhicule utilitaire. Déterminer la probabilité qu'il ait souscrit un contrat d'assurance.
- ② (a) Exprimer à l'aide d'une phrase l'évènement  $P \cap A$ .  
(b) Montrer que  $p(P \cap A) = 0,09$ .  
(c) En déduire la probabilité qu'un client ayant loué un véhicule de prestige ait souscrit un contrat d'assurance.
- ③ Déterminer la probabilité que la fiche soit celle d'un client ayant loué un véhicule de prestige sachant qu'il a souscrit un contrat d'assurance.
- ④ Cinq clients rendent leur véhicule. Quelle est la probabilité que trois d'entre eux aient souscrit un contrat d'assurance ?

EXERCICE 3.

Partie a

Soit  $(u_n)$  la suite définie par :  $u_0 = 5500$  et pour tout entier naturel  $n$ ,  $u_{n+1} = 0,68 \times u_n + 3560$

- ① (a) Utiliser les droites d'équations  $y = x$  et  $y = 0,68x + 3560$  pour construire les quatre premiers termes de la suite  $(u_n)$ .



Conjecturer le sens de variation de la suite  $(u_n)$  ainsi que la limite de la suite  $(u_n)$ .

- (b) Quel est le rôle de l'algorithme suivant ?

```
Affecter 5500 à A
Affecter 0 à k
Tant que A < 11000
  Affecter k + 1 à k
  Affecter 0,68 × A + 3560 à A
Fin Tant que
Afficher k
```

- ② Soit  $(v_n)$  la suite définie pour tout entier naturel  $n$ , par  $v_n = u_n - 11125$ .

- (a) Démontrer que  $(v_n)$  est géométrique, préciser sa raison et son premier terme.  
(b) Exprimer, pour tout entier naturel  $n$ ,  $v_n$  en fonction de  $n$ .  
En déduire que, pour tout entier naturel  $n$ ,  $u_n = 11125 - 5625 \times 0,68^n$ .  
(c) La suite  $(u_n)$  est-elle convergente ?

## Partie b

Une revue spécialisée est diffusée uniquement par abonnement.

Une étude statistique a permis de constater que d'une année sur l'autre, 32% des abonnés ne renouvellent pas leur abonnement et 3560 nouvelles personnes souscrivent un abonnement.

En 2010, il y avait 5 500 abonnés à cette revue.

- ① Donner une estimation du nombre d'abonnés à cette revue en 2012.
- ② Pour tout nombre entier naturel  $n$ , on note  $u_n$  le nombre d'abonnés à la revue l'année  $2010 + n$ .
  - (a) Justifier que pour tout entier  $n$ ,  $u_{n+1} = 0,68 \times u_n + 3560$ .
  - (b) Est-il possible d'envisager au bout d'un nombre d'années suffisamment grand, une diffusion supérieure à 12 000 abonnés ?
  - (c) À l'aide de la calculatrice, déterminer l'année à partir de laquelle le nombre d'abonnés à la revue sera supérieur à 11 000.