Devoir Maison 5 pour le -16-11-12-
Terminale ES-L, 2012-2013, Y. Angeli

Exercice 1.

Un commerçant vendant des produits biologiques propose quotidiennement des paniers légumes frais contenant 2 kg de légumes ou des paniers contenant 5 kg de légumes.

35 % des clients qui achètent ces paniers ont au moins un enfant.

Parmi ceux qui n'ont pas d'enfant, 40 % choisissent les paniers de 5 kg de légumes et les autres choisissent les paniers de 2 kg de légumes.

On interroge au hasard un client qui achète un panier de légumes.

On note E l'événement « le client interrogé a au moins un enfant » ;

on note C l'événement « le client interrogé a choisi un panier de 5 kg de légumes ».

Pour tout événement A, on note $\overline{A}$ l'événement contraire.

Tous les résultats seront donnés sous forme décimale arrondie au millième.

① Quelle est la probabilité que le client interrogé n'ait pas d'enfant ?

② Sachant que le client interrogé n'a pas d'enfant, quelle est la probabilité qu'il ait choisi un panier contenant 5 kg de légumes ?

③ Décrire l'événement $\overline{E} \cap C$, et montrer que $p\left(\overline{E} \cap C\right) = 0{,}26$.

④ On sait de plus que 30 % des clients qui achètent des paniers choisissent des paniers de 5 kg.

(a) Calculer $p(E \cap C)$.

(b) En déduire la probabilité conditionnelle de C sachant que E est réalisé.

Exercice 2.

Dans un pays, un organisme étudie l'évolution de la population. Compte tenu des naissances et des décès, on a constaté que la population a un taux d'accroissement naturel et annuel de 14 pour mille.

De plus, chaque année, 12 000 personnes arrivent dans ce pays et 5 000 personnes le quittent.

En 2005, la population de ce pays était de 75 millions d'habitants. On suppose que l'évolution ultérieure obéit au modèle ci-dessus.

On note P_n la population de l'année $2005 + n$ exprimée en milliers d'habitants.

① Déterminer P_0, P_1 et P_2. La suite de terme général P_n est-elle arithmétique ? géométrique ? Justifier la réponse.

② Expliquer pourquoi on obtient, pour tout entier naturel n, $P_{n+1} = 1{,}014P_n + 7$.

③ Démontrer que la suite (U_n) définie par $U_n = P_n + 500$ pour tout entier naturel n est une suite géométrique. Déterminer sa raison et son premier terme.

④ Exprimer U_n puis P_n en fonction de n.

⑤ Déterminer la limite de la suite (P_n).

⑥ (a) Combien d'habitants peut-on prévoir en 2010 ?

(b) Au bout de combien d'années la population aura-t-elle doublé par rapport à l'année 2005 ?

Exercice 3.

Démontrer que l'équation $3\,x^3 + 3x^2 + x = 4$ admet une solution unique sur $]0;1[$ puis sur $\mathbb{R}$. Donner une valeur approchée de cette solution au centième.