Feuille d'exercices 30 : Amérique du Nord mai 2012 08-06-12- Terminale ES 2, 2011-2012, Y. Angeli

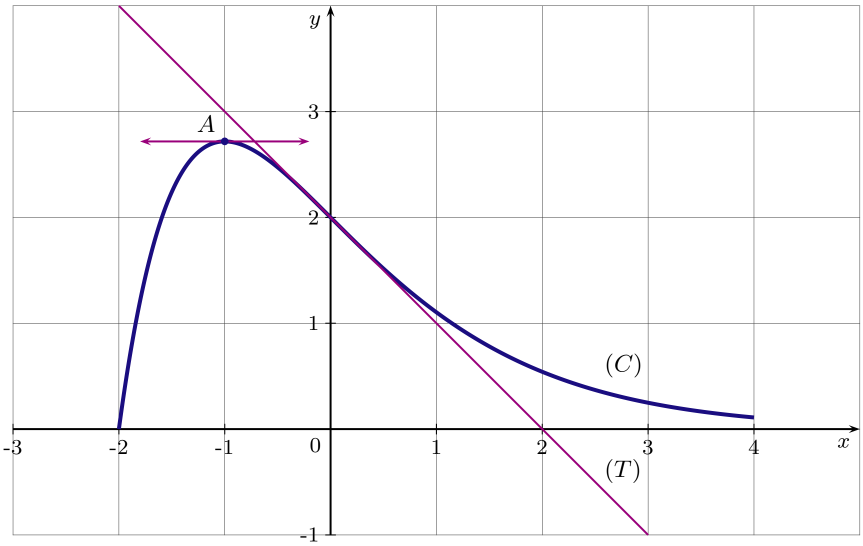
Exercice 3 **6 points**
Commun à tous les candidats

Partie A

On donne ci-dessous, dans un repère orthonormé $(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$, la courbe représentative (C) d'une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[-2; 4]$.

On nomme A le point de (C) d'abscisse -1 et B le point de (C) d'abscisse 0.

- ⋆ La fonction f est strictement croissante sur l'intervalle $[-2; -1]$ et strictement décroissante sur l'intervalle $[-1; 4]$
- ⋆ La tangente à (C) au point A est horizontale.
- ⋆ La droite (T) est la tangente à (C) au point B et a pour équation $y = -x + 2$



Pour chacune des questions qui suivent, toute réponse sera justifiée.

1. (a) Donner la valeur de $f'(-1)$.
   (b) Déterminer le signe de $f'(2)$.
   (c) Interpréter graphiquement $f'(0)$, puis donner sa valeur.
2. Encadrer, avec deux entiers consécutifs, l'intégrale $\displaystyle\int_{-1}^{0} f(x)\,\mathrm{d}x$ exprimée en unité d'aire.

Partie B

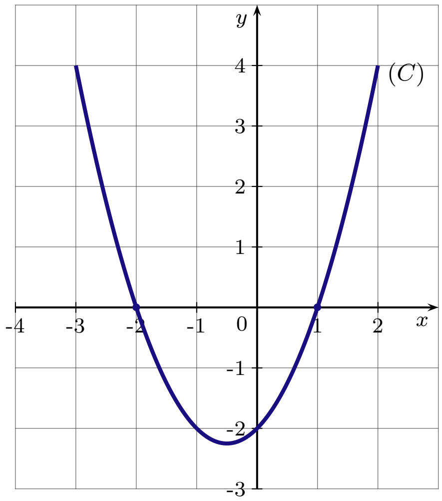
La fonction f de la **Partie A** a pour expression $f(x) = (x+2)\mathrm{e}^{-x}$.

1. Calculer la valeur exacte de l'ordonnée du point A de la courbe (C).
2. Justifier par le calcul le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $[-2; 4]$.
3. Montrer que la fonction F définie sur l'intervalle $[-2; 4]$ par $F(x) = (-x-3)\mathrm{e}^{-x}$ est une primitive de f.
4. (a) Calculer la valeur exacte de l'intégrale $\displaystyle\int_{-1}^{0} f(x)\,\mathrm{d}x$.
   (b) Vérifier la cohérence de ce résultat avec celui de la question 2 de la partie A.

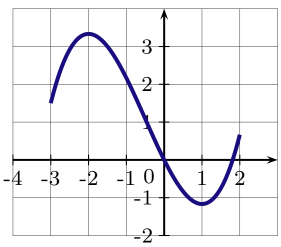
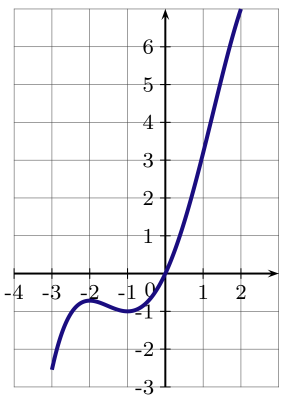
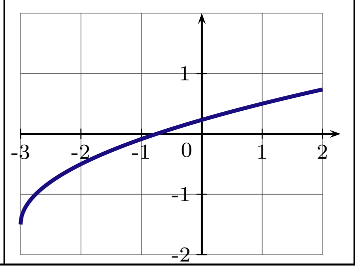
Exercice 4 **3 points**
Commun à tous les candidats

Les questions 1, 2 et 3 sont indépendantes.

1. On donne ci-dessous, dans un repère orthonormé, la courbe (C) d'une fonction f définie sur l'intervalle $[-3; 2]$. La courbe (C) coupe l'axe des abscisses au point A d'abscisse -2 et au point B d'abscisse 1.



Parmi les trois courbes proposées ci-dessous, déterminer la seule qui représente une primitive de f sur l'intervalle $[-3; 2]$.

(a)	**(b)**	**(c)**
		

2. On admet que l'équation $xe^{2x-1} = 2$ n'a qu'une solution α dans $\mathbb{R}$.
Déterminer une valeur approchée de α à 10^{-2} près.

3. *Dans cette question, toute trace de recherche même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*
Une entreprise produit des tentes. Le coût marginal, en milliers d'euros, pour la production de x centaines de tentes, avec $0 \leqslant x \leqslant 20$ est donné par la fonction f définie sur l'intervalle $[0; 20]$ par $f(x) = \dfrac{2}{x+1}$.
On note C la fonction qui représente le coût total exprimé en milliers d'euros pour une production de x centaines de tentes, avec $0 \leqslant x \leqslant 20$.
On assimile le coût marginal à la dérivée de la fonction coût total, c'est à dire à la dérivée de la fonction C.
Sachant que les coûts fixes sont de 5 000 euros, déterminer le coût total en milliers d'euros, pour une production de x centaines de tentes, avec $0 \leqslant x \leqslant 20$.