

**FEUILLE D'EXERCICES 29 : RÉVISIONS E 01-06-12-**  
**Terminale ES 2, 2011-2012, Y. Angeli**

**EXERCICE 1.** Fonction composée

Soit  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $x \mapsto \ln(1 + e^{-x})$ .

1. Expliquer pourquoi  $f$  est définie sur  $\mathbb{R}$ .
2. Étudier les variations de  $f$ , ainsi que ses limites en  $+\infty$  et  $-\infty$ .

**EXERCICE 2.** Primitives

1. Soit  $u$  une fonction continue sur  $\mathbb{R}$  et  $U$  une primitive de  $u$ . Montrer que  $x \mapsto \frac{1}{a}U(ax+b)$  est une primitive de  $x \mapsto u(ax+b)$ .
2. En déduire  $\int_0^1 e^{3x+2} dx$  et  $\int_1^e \frac{1}{2x+1} dx$ .

**EXERCICE 3.** Variations, composées et primitives

Soit  $u$  continue sur  $[0; +\infty[$  telle que

$x$	0	1	$+\infty$
$u$	1	3	$-3$

et  $f(7) = 0$ .

1. Donner le signe de  $u$ .
2. Soit  $f = \ln(u)$ . Donner l'ensemble de définition et le tableau de variations complet de  $f$ .
3. Soit  $g = \frac{1}{u}$ . Donner l'ensemble de définition et le tableau de variations complet de  $g$ .
4. Soit  $U$  la primitive de  $u$  telle que  $U(7) = 2$ . Donner le tableau de variations de  $U$ .

**EXERCICE 4.** Liban 2012 (6 points)

**1<sup>ère</sup> partie : Étude d'une fonction**

On considère la fonction  $f$  définie sur  $[0; +\infty[$  par  $f(x) = xe^x - e^x - 8$ .

1. En écrivant que  $f(x) = e^x(x-1) - 8$ , déterminer la limite de  $f$  en  $+\infty$ .
2. Montrer que  $f'(x) = xe^x$  où  $f'$  désigne la fonction dérivée de  $f$  sur  $[0; +\infty[$ .
3. Dresser le tableau de variations complet de  $f$  sur  $[0; +\infty[$ .
4. (a) Montrer que l'équation  $f(x) = 0$  admet sur  $[0; +\infty[$  une unique solution  $a$ .  
 (b) Montrer que  $2,040 < a < 2,041$ .  
 (c) En utilisant les questions précédentes, déduire le signe de  $f(x)$  en fonction des valeurs de  $x$  sur  $[0; +\infty[$ .
5. (a) Montrer que la fonction  $g$  définie sur  $[0; +\infty[$  par  $g(x) = xe^x - 2e^x - 8x$  est une primitive de  $f$  sur  $[0; +\infty[$ .  
 (b) Calculer la valeur exacte de  $\int_3^5 f(x) dx$ .

**2<sup>ème</sup> partie : Application à une situation économique**

Une entreprise fabrique  $x$  milliers d'objets avec  $x$  appartenant à  $[0; 5]$ .

La fonction  $f$  de la 1<sup>ère</sup> partie modélise les bénéfices ou les pertes de l'entreprise en centaine d'euros.

Pour une quantité  $x$  donnée, si  $f(x)$  est positif, l'entreprise réalise un bénéfice, et si  $f(x)$  est négatif, l'entreprise subit une perte.

En utilisant les résultats de la 1<sup>ère</sup> partie, répondre aux questions suivantes en justifiant :

1. À partir de combien d'objets produits, l'entreprise commence-t-elle à réaliser des bénéfices?
2. L'entreprise pense produire régulièrement entre 3 et 5 milliers d'objets.  
 Déterminer la valeur moyenne du bénéfice sur  $[3, 5]$  (On donnera le résultat arrondi à l'euro près).