Feuille d'exercices 28 : Révisions D 01-06-12- Terminale ES 2, 2011-2012, Y. Angeli

Exercice 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

La courbe $\mathcal{C}_f$ donnée en annexe 1 est la représentation graphique dans un repère orthogonal d'une fonction f définie, dérivable et strictement décroissante sur l'intervalle $[1\ ;\ +\infty[$.

La courbe $\mathcal{C}_f$ passe par le point de coordonnées $(3\ ;\ 0)$; on sait de plus que la droite d'équation $y = -2$ est asymptote à la courbe $\mathcal{C}_f$.

1re partie *Étude préliminaire de f*

Dans cette partie, aucune justification n'est demandée.

1. Donner la limite de f en $+\infty$.
2. Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 0$.
3. Préciser le signe de f sur $[1\ ;\ +\infty[$.

2e partie *Étude d'une fonction composée*

Pour cette partie, des justifications sont attendues.

Soit la fonction g définie sur l'intervalle $[1\ ;\ +\infty[$ par $g(x) = \exp(f(x))$.

1. Déterminer la limite de g lorsque x tend vers $+\infty$.
2. Résoudre sur l'intervalle $[1\ ;\ +\infty[$ l'équation $g(x) = 1$.

3e partie

La fonction f est la dérivée d'une fonction F définie sur $[1\ ;\ +\infty[$.

1. La fonction F est représentée sur l'une des 3 courbes données en annexe 2. Préciser laquelle, en justifiant votre réponse.
2. Déterminer graphiquement $F(2)$ et $F(3)$ avec la précision permise par le graphique.
3. On s'intéresse au domaine du plan délimité par la courbe $\mathcal{C}_f$, l'axe des abscisses et les droites d'équations respectives $x = 2$ et $x = 3$. On notera A l'aire de ce domaine, exprimée en unités d'aire.
   Donner une méthode permettant de déterminer une valeur approchée de l'aire du domaine précédemment défini et en donner une estimation.

4e partie

On donne l'expression de la fonction f définie sur l'intervalle $[1\ ;\ +\infty[$ par :

$$f(x) = 2\mathrm{e}^{-x+3} - 2.$$

Calculer l'aire A du domaine (en unités d'aire) ; on donnera la valeur exacte à l'aide du réel e, puis l'arrondi au centième.

Exercice 3 **4 points**
Commun à tous les candidats

Le tableau ci-dessous donne pour 6 années le nombre de spectateurs (en millions) dans les cinémas en France.

Années	1997	1999	2001	2003	2005	2007
Rang de l'année x_i $1 \leqslant i \leqslant 6$	0	2	4	6	8	10
Nombre (en millions) de spectateurs y_i $1 \leqslant i \leqslant 6$	149,3	153,6	187,5	173,5	175,5	177,9

Source : INSEE - d'après le Centre National de la Cinématographie (CNC)

Partie 1

Pour chacune des questions ci-dessous, trois réponses sont proposées et une seule est exacte. Indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

Une bonne réponse rapporte 0,5 point. Une mauvaise réponse enlève 0,25.
L'absence de réponse ne rapporte, ni n'enlève de point.
Si le total des points est négatif, la note globale attribuée à l'exercice est 0.

1. Le taux d'augmentation du nombre de spectateurs de 1997 à 1999 est donné par le calcul suivant :

   • $\dfrac{153,6}{149,3}$ • $\dfrac{153,6-149,3}{153,6}$ • $\left(\dfrac{153,6}{149,3}-1\right)$

2. En supposant que le nombre de spectateurs augmente de 1 % tous les ans, à partir de 2007, le nombre de spectateurs en 2010 est donné par le calcul suivant :

   • $(1,01 \times 177,9) \times 3$ • $1,01^3 \times 177,9$ • $0,01^3 \times 177,9$

3. Entre 1997 et 2007 , l'augmentation annuelle moyenne, en pourcentage, du nombre de spectateurs est, arrondie à 0,01 % :

   • 1,77 % • 1,92 % • 3,57 %

4. Sachant que de 1998 à 1999, le nombre de spectateurs (en millions) dans les cinémas en France a diminué de 10 %, le nombre de spectateurs (en millions) en 1998 arrondi au dixième était :

   • 139,6 • 170,7 • 138,2

5. On considère un nuage de points $M_i(x_i\ ;\ y_i)$, pour $1 \leqslant i \leqslant 6$, construit à partir des données du tableau donné en début d'exercice. Les coordonnées du point moyen de ce nuage sont :

   • $(2002\ ;\ 169,55)$ • $(5\ ;\ 169,55)$ • $(30\ ;\ 1017,3)$

6. Supposons que l'on ait effectué un ajustement affine du nuage de points par la méthode des moindres carrés.
   (Dans l'équation de la droite de régression de y en x de la forme $y = ax + b$, on choisira les coefficients a et b arrondis au dixième).
   D'après cet ajustement :

   (a) Le nombre de spectateurs sera d'environ 200 millions en :

   • 2015 • 2013 • 2010

   (b) L'estimation (en millions) arrondi au dixième, du nombre de spectateurs en 2015 est :

   • 11439,6 • 228,4 • 206

Partie 2

Justifier la réponse donnée à la question 3 de la partie 1.

Exercice 4 **6 points**

Commun à tous les candidats

Partie A

1. Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[0\ ;\ 20]$ par :

$$f(x) = 0,3x + 1,5 - 0,9\ln(x+1).$$

On admet que f est dérivable sur l'intervalle $[0\ ;\ 20]$.
Étudier les variations de f sur $[0\ ;\ 20]$ et dresser son tableau de variation.

2. On donne la fonction g définie sur l'intervalle $[0\ ;\ 20]$ par :

$$g(x) = -0,05x - 1,5 + 0,9\ln(x+1).$$

On admet que g est strictement croissante sur l'intervalle $[0\ ;\ 17]$ et strictement décroissante sur l'intervalle $[17\ ;\ 20]$.

(a) Justifier qu'il existe un unique réel x_0 dans l'intervalle $[0\ ;\ 17]$ tel que $g(x_0) = 0$.
Donner un encadrement de x_0 d'amplitude 10^{-2}.

(b) En déduire le signe de $g(x)$ sur $[0\ ;\ 20]$.

Partie B

Dans cette partie, on pourra utiliser les résultats de la partie A. On demande de justifier les réponses.

Dans une petite ville, un promoteur immobilier projette de construire un lotissement dont le nombre de maisons ne pourra pas dépasser 20 maisons construites. Le coût de production, en millions d'euros, pour n maisons construites ($0 \leqslant n \leqslant 20$) est donné par :

$$C(n) = 0,3n + 1,5 - 0,9\ln(n+1).$$

Chaque maison est vendue 250000 euros.

1. (a) Calculer $C(0)$. Donner une interprétation de ce résultat dans le contexte de l'énoncé.

(b) Combien de maisons le promoteur doit-il prévoir de construire pour que le coût de production soit minimal ?

2. (a) Montrer que le bénéfice réalisé pour la fabrication de n maisons est, en millions d'euros, donné par $B(n) = -0,05n - 1,5 + 0,9\ln(n+1)$.

(b) Déterminer le nombre de maisons à construire pour que le bénéfice soit maximal.
Quel est alors ce bénéfice (à 100 euros près) ?

(c) Déterminer le nombre minimal de maisons à construire pour que le promoteur ne travaille pas à perte.

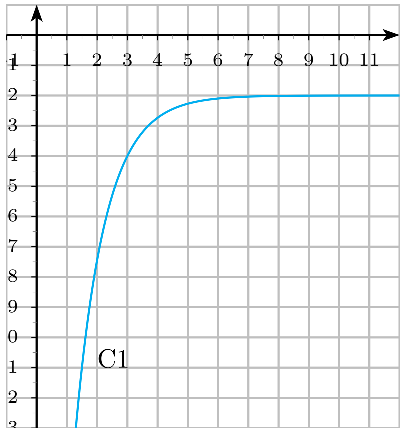
Pour la question suivante, on explicitera la démarche utilisée. Toute trace de recherche même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

(d) À partir de combien de maisons construites le bénéfice du promoteur est-il supérieur à 200000 euros ?

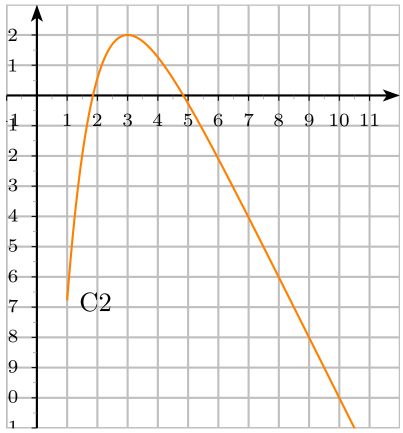
FEUILLE ANNEXE 2 (à rendre avec la copie)

Exercice 1, 3^{e} partie

Courbe n °1



Courbe n °2



Courbe n °3