

FEUILLE D'EXERCICES 27 : RÉVISIONS C 30-05-12-
Terminale ES 2, 2011-2012, Y. Angeli

Les parties A et B sont indépendantes

Partie A

On considère la fonction A définie sur l'intervalle $[1 ; +\infty[$ par

$$A(x) = \frac{4}{1 - e^{-0,039x}}.$$

- Calculer la limite de $A(x)$ quand x tend vers $+\infty$.
- On admet que la fonction A est dérivable sur $[1 ; +\infty[$ et on note A' sa fonction dérivée sur cet intervalle. Montrer que, pour tout x appartenant à $[1 ; +\infty[$ on a

$$A'(x) = \frac{-0,156e^{-0,039x}}{(1 - e^{-0,039x})^2}.$$

- Justifier que $A'(x) < 0$ pour tout x appartenant à $[1 ; +\infty[$.
Dresser le tableau de variations de A sur $[1 ; +\infty[$.

Partie B

Un particulier souhaite réaliser auprès d'une banque un emprunt d'un montant de 100000 € à un taux annuel fixé.

On admet que, si l'on réalise cet emprunt sur une durée de n années ($n \geq 1$), le montant d'une annuité (somme à rembourser chaque année, pendant n ans) est donné en milliers d'euros par

$$A(n) = \frac{4}{1 - e^{-0,039n}}$$

Pour un emprunt fait sur n années ($n \geq 1$), on note :

$S(n)$ le montant total payé à la banque au bout des n années (en milliers d'euros) ;

$I(n)$ le total des intérêts payés à la banque au bout des n années (en milliers d'euros).

Dans les questions qui suivent, on donnera les résultats arrondis au millième.

- Calculer $A(1)$, $A(10)$ et $A(20)$ et interpréter ces résultats.
- Démontrer que $I(n) = \frac{4n}{1 - e^{-0,039n}} - 100$ pour tout $n \geq 1$.
- Recopier et compléter le tableau suivant sur votre feuille.

Durée de l'emprunt n	10 ans	15 ans	20 ans
Montant d'une annuité $A(n)$			
Montant $S(n)$ des n annuités payées à la banque			
Intérêts $I(n)$ versés à la banque			

- Pour faciliter l'étude des valeurs de $A(n)$, $S(n)$ et $I(n)$, on utilise les fonctions A , S et I définies sur $[1 ; 20]$ par :

$$A(x) = \frac{4}{1 - e^{-0,039x}} \quad ; \quad S(x) = \frac{4x}{1 - e^{-0,039x}} \quad ; \quad I(x) = \frac{4x}{1 - e^{-0,039x}} - 100.$$

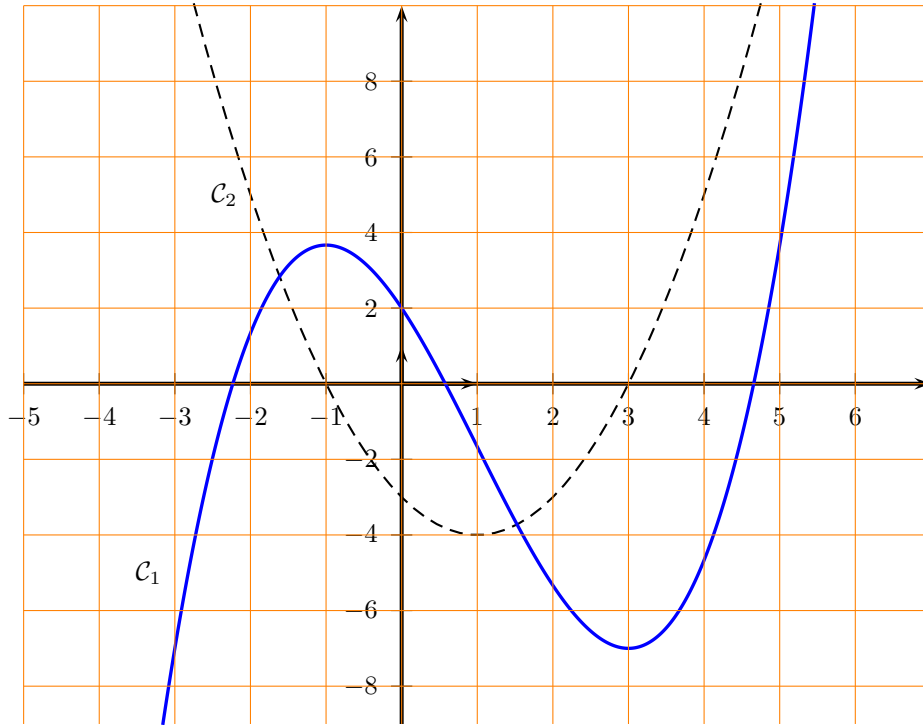
On a représenté respectivement en ANNEXE 1 ci-après les fonctions A et S par les courbes \mathcal{C}_A et \mathcal{C}_S sur l'intervalle $[1 ; 20]$.

- Expliquer comment utiliser le graphique de l'ANNEXE 1 pour retrouver $I(10)$.
- Dans cette question toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

Expliquer comment déterminer graphiquement sur l'ANNEXE 1 le sens de variation du montant total des intérêts à payer en fonction de la durée du remboursement de l'emprunt.

Exercice 4**5 points****Commun à tous les candidats***Les parties A et B sont indépendantes***PARTIE A : Étude graphique**

Les courbes représentatives d'une fonction f et de sa fonction dérivée f' sont données ci-dessous. Associer chaque courbe C_1 et C_2 à la fonction qu'elle représente. Justifier votre réponse.

**PARTIE B : Constructions**

Dans cette partie toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation. Chacun des tracés sera brièvement expliqué.

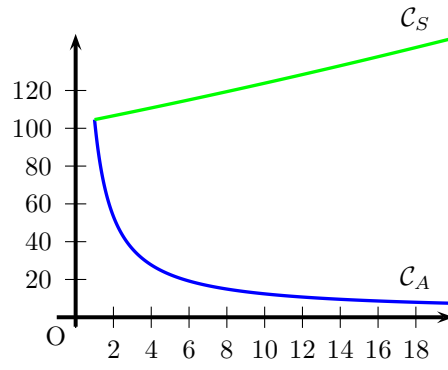
- Sur l'ANNEXE 2, construire une courbe pouvant représenter une fonction g vérifiant les conditions suivantes :
 g est dérivable sur l'intervalle $[-3 ; 3]$ et l'équation $g'(x) = 0$ admet trois solutions sur $[-3 ; 3]$.
- Sur l'ANNEXE 2, construire une courbe pouvant représenter une fonction h définie et continue sur $[-3 ; 3]$ et vérifiant les conditions suivantes :

x	-3	0	2	3
$\ln[h(x)]$				

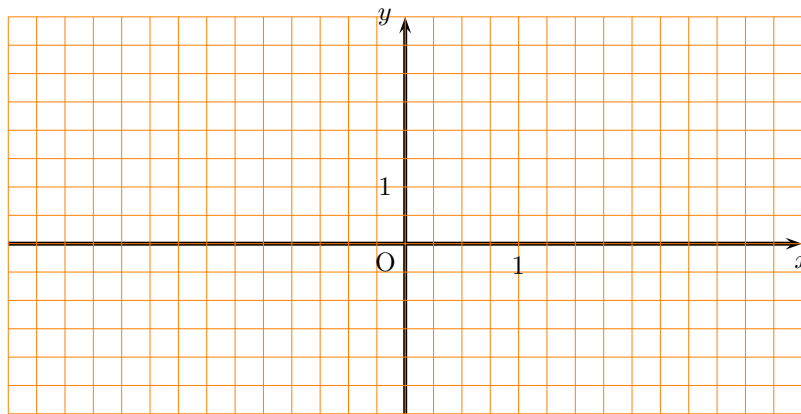
- Sur l'ANNEXE 2, construire une courbe pouvant représenter une fonction k définie et continue sur $[-3 ; 3]$ et vérifiant les conditions suivantes :

$$4 \leq \int_1^3 k(x) dx \leq 6.$$

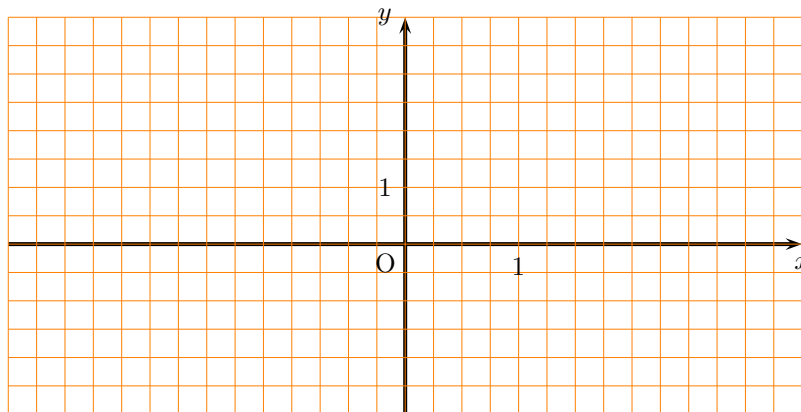
ANNEXE 1 : exercice 3



Partie B a.



Partie B b.



Partie B c.

