

FEUILLE D'EXERCICES 23 : EXPONENTIELLE 04-05-12-
Terminale ES 2, 2011-2012, Y. Angeli

AMÉRIQUE DU SUD NOVEMBRE 2011 : 7 POINTS

Une substance médicamenteuse est injectée par voie intraveineuse. Dans les heures qui suivent l'injection, la substance est éliminée par les reins.

La quantité q_i de substance présente dans le sang (q_i en milligrammes) à l'instant t_i (t_i en heures) a été mesurée par des prises de sang toutes les deux heures.

t_i (en heures)	0	2	4	6	8
q_i (en mg)	9,9	7,5	5,5	3,9	3

Partie A - Modélisation par une fonction affine

- Déterminer, à l'aide de la calculatrice, une équation de la droite (D) d'ajustement affine de q en t par la méthode des moindres carrés. On donnera la valeur des coefficients arrondie au centième.
- Tracer la droite (D) et le nuage associé à la série $(t_i ; q_i)$ dans un repère orthonormé d'unité 1 cm.
- En supposant que ce modèle reste valable pendant 12 heures, donner une estimation de la quantité de médicament présente dans le sang au bout de 12 heures.

Partie B - Autre modélisation On pose $y_i = \frac{\ln(q_i)}{\ln(10)}$.

- Compléter le tableau de l'annexe. On arrondira les valeurs au centième.
- Déterminer, à l'aide de la calculatrice, une équation de la forme $y = at + b$ de la droite d'ajustement affine de y en t par la méthode des moindres carrés. On arrondira a à 10^{-3} et b à l'unité.
 - Montrer que l'expression de q en fonction de t obtenue à partir de cet ajustement est de la forme : $q(t) = Be^{-At}$ (on donnera l'arrondi au centième de A et la valeur de B arrondie à l'unité).
- Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[0 ; 12]$ par : $f(t) = 10e^{-0,15t}$.
 - Étudier le sens de variation de la fonction f .
 - On suppose que la quantité q de substance présente dans le sang à l'instant t (t exprimé en heures) est donnée par $q(t) = f(t)$ pour t variant de 0 à 12 heures.
Calculer à 10^{-1} près la quantité de substance présente dans le sang au bout de 12 heures.
 - En comparant les réponses trouvées à la question précédente et à la question 3 de la partie A, dire lequel de ces deux modèles vous paraît le mieux adapté à la situation.

Partie C - Valeur moyenne

- Soit F la fonction définie sur l'intervalle $[0 ; 12]$ par : $F(t) = -\frac{200}{3}e^{-0,15t}$.
Montrer que F est une primitive de f sur $[0 ; 12]$.
- Soit $I = \int_0^{10} f(t) dt$. Calculer la valeur exacte de I , puis en donner une valeur approchée au centième près.
- En déduire, à un dixième de milligramme près, la quantité moyenne de substance médicamenteuse présente dans le sang pendant les 10 heures qui suivent l'injection.

t_i (en heures)	0	2	4	6	8
y_i (au centième près)					