FEUILLE D'EXERCICES 19 : LOG 30-03-12- Terminale ES 2, 2011-2012, Y. Angeli

EXERCICE 1. Nouvelle Calédonie novembre 2011

Partie A

Soit u la fonction définie sur $]-\infty\ ;\ 4[\cup]4\ ;\ +\infty[$ par

$$u(x) = \frac{x^2-5x+6}{x-4}.$$

1. Donner le signe de x^2-5x+6 pour tout x de $\mathbb{R}$.
2. En déduire le signe de $u(x)$ pour tout x de $]-\infty\ ;\ 4[\cup]4\ ;\ +\infty[$.
3. Factoriser x^2-5x+6.

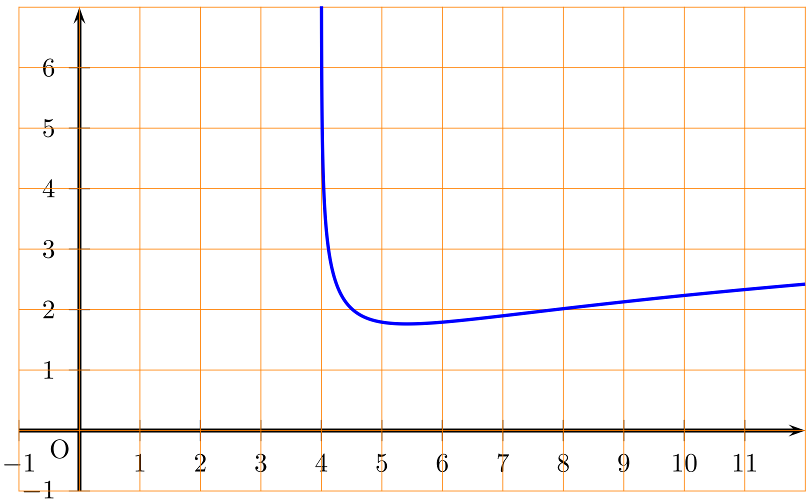
Partie B

1. En utilisant la partie A, expliquer pourquoi la fonction f telle que

$$f(x) = \ln\frac{(x-2)(x-3)}{(x-4)}$$

peut être définie pour $x \in]4\ ;\ +\infty[$.

2. Une représentation graphique de la fonction f figure ci-dessous.



Utiliser cette représentation graphique pour déterminer une valeur approchée, arrondie à l'entier le plus proche, du nombre $\mathcal{A} = \displaystyle\int_5^7 f(x)\,\mathrm{d}x$.

On expliquera la démarche.

3. Soient i, j et k les fonctions définies sur $]4\ ;\ +\infty[$ par :
   - $i(x) = \ln(x-2)$
   - $j(x) = \ln(x-3)$
   - $k(x) = \ln(x-4)$

   (a) Vérifier que la fonction I définie sur $]4\ ;\ +\infty[$ par $I(x) = (x-2)\ln(x-2) - x$ est une primitive de la fonction i sur $]4\ ;\ +\infty[$.

   (b) On admet que la fonction J définie sur $]4\ ;\ +\infty[$ par $J(x) = (x-3)\ln(x-3) - x$ est une primitive de la fonction j sur $]4\ ;\ +\infty[$ et que la fonction K définie par $K(x) = (x-4)\ln(x-4) - x$ est une primitive de la fonction k sur $]4\ ;\ +\infty[$.
   Pour $x \in]4\ ;\ +\infty[$, exprimer $f(x)$ à l'aide de $i(x)$, $j(x)$ et $k(x)$.

   (c) En déduire l'expression d'une primitive F de la fonction f sur $]4\ ;\ +\infty[$.

4. Calculer la valeur exacte de $\mathcal{A}$, puis donner la valeur arrondie au centième.