

FEUILLE D'EXERCICES 18 : PROBAS 28-03-12-
Terminale ES 2, 2011-2012, Y. Angeli

EXERCICE 1. Amérique du Sud novembre 2011

Dans tout cet exercice on donnera la valeur exacte de chaque résultat.

Grâce à un système de détecteur, une borne de péage automatique peut délivrer des tickets à deux hauteurs différentes selon le véhicule détecté afin que le conducteur ne soit pas obligé de sortir pour le saisir :

- s'il s'agit d'une voiture, d'une moto ou d'une camionnette, le ticket sort en bas ;
- s'il s'agit d'un camion, le ticket sort en haut.

La société d'autoroute a modélisé le fonctionnement défectueux du détecteur de l'une de ces bornes :

- lorsqu'un camion passe, il n'est correctement détecté que deux fois sur trois ;
- lorsqu'un autre type de véhicule passe, son conducteur est contraint d'en sortir pour saisir son ticket une fois sur quatre.

On estime qu'à cette borne de péage 60 % des véhicules sont des camions. On considère les événements suivants :

- C : « Le véhicule qui se présente est un camion »
- H : « Le ticket sort en haut »
- B : « Le ticket sort en bas ».

Notation : pour tout événement E et tout événement F de probabilité non nulle, on note $p(E)$ la probabilité de l'événement E et $p_F(E)$ la probabilité conditionnelle de E sachant F.

1. Donner les probabilités : $p(C)$; $p_{\overline{C}}(H)$ et $p_{\overline{C}}(B)$.
2. Construire un arbre probabiliste présentant la situation.
3. Calculer la probabilité que le ticket sorte en haut.
4. Montrer que la probabilité qu'un conducteur ne soit pas obligé de sortir de son véhicule vaut 0,7.
5. Trois véhicules se présentent l'un après l'autre à cette borne de péage défectueuse. On modélise cette situation comme un tirage avec remise.
Calculer la probabilité qu'au moins l'un des conducteurs soit contraint de descendre de son véhicule pour saisir son ticket.

EXERCICE 2. Polynésie septembre 2011

Dans une ville, une enquête portant sur les habitudes des ménages en matière d'écologie donne :

- ★ 70 % des ménages pratiquent le tri sélectif ;
- ★ parmi les ménages pratiquant le tri sélectif, 40 % consomment des produits bio ;
- ★ parmi les ménages ne pratiquant pas le tri sélectif, 10 % consomment des produits bio.

On choisit un ménage au hasard (tous les ménages ayant la même probabilité d'être choisis) et on note :

T l'événement « le ménage pratique le tri sélectif » et \overline{T} son événement contraire ;
 B l'événement « le ménage consomme des produits bio » et \overline{B} son événement contraire.

Les résultats seront donnés sous forme décimale.

1. (a) Donner sans justification la probabilité $p(T)$ de l'événement T.
(b) Donner sans justification $p_T(B)$ et $p_{\overline{T}}(B)$
2. Représenter la situation à l'aide d'un arbre pondéré.
3. (a) Calculer la probabilité de l'événement : « le ménage pratique le tri sélectif et consomme bio ».
(b) Montrer que la probabilité que le ménage consomme des produits bio est égale à 0,31.
4. Calculer la probabilité que le ménage pratique le tri sélectif sachant qu'il consomme des produits bio (le résultat sera donné sous forme décimale arrondie au centième).
5. Les événements T et B sont-ils indépendants ? Justifier.
6. Calculer la probabilité de l'événement $T \cup B$ puis interpréter ce résultat.
7. Cette ville décide de valoriser les ménages ayant un comportement éco-citoyen. Pour cela, elle donne chaque année un chèque de 20 € aux ménages qui pratiquent le tri sélectif et un chèque de 10 € aux ménages qui consomment des produits bio sur présentation de justificatifs (les deux montants peuvent être cumulés).
Soit S la somme d'argent reçue par un ménage.
(a) Quelles sont les différentes valeurs que peut prendre S ? (on n'attend pas de justification).
(b) Donner la loi de probabilité de S.
(c) Calculer l'espérance mathématique de cette loi et interpréter ce résultat.