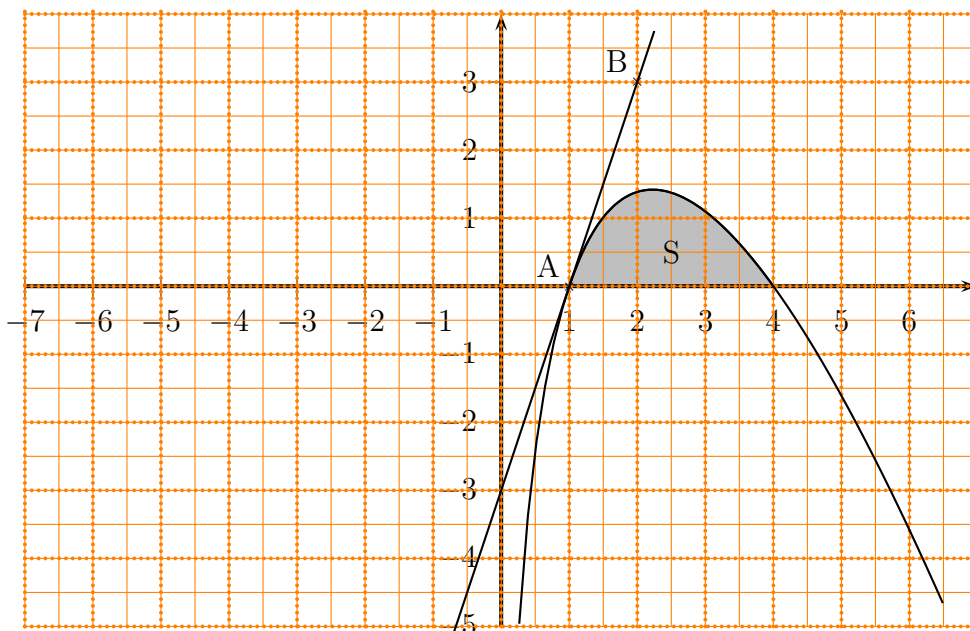


FEUILLE D'EXERCICES 15 : LOGARITHMES 09-02-12-
Terminale ES 2, 2011-2012, Y. Angeli



On considère la fonction f dont la courbe représentative \mathcal{C} est représentée ci-dessus dans le plan muni d'un repère orthonormal.

La courbe \mathcal{C} passe par le point $A(1; 0)$ et admet la droite (AB) pour tangente à la courbe \mathcal{C} .

Partie A

Pour tout réel x de $]0; +\infty[$, $f(x) = (ax + b) \ln x$ où a et b sont deux réels.

1. Calculer $f'(x)$ en fonction de a et b .
2. Sans justifier et par lecture graphique, donner $f(4)$ et $f'(1)$.
3. Justifier que a et b sont solutions du système d'équations suivant :

$$\begin{cases} 4a + b = 0 \\ a + b = 3 \end{cases} . \text{ Déterminer } a \text{ et } b.$$

Partie B

On admet que la fonction précédente est définie pour tout x de $]0; +\infty[$ par $f(x) = (4 - x) \ln x$.

On appelle S l'aire hachurée sous la courbe \mathcal{C} .

1. Soit F la fonction définie et dérivable sur $]0; +\infty[$ par

$$F(x) = -\frac{1}{2} \left(x^2 \ln x - \frac{x^2}{2} - 8x \ln x + 8x \right).$$

Montrer que F est une primitive de f sur $]0; +\infty[$.

2. En déduire la valeur exacte de $I = \int_1^4 f(x) dx$.
3. Donner une valeur arrondie à 10^{-1} de S exprimée en unités d'aire. Justifier.