

FEUILLE D'EXERCICES 10 : PRIMITIVES -16-12-11-  
Terminale ES 2, 2011-2012, Y. Angeli

**EXERCICE 1.** Recherche de primitives

Une primitive  $F$  d'une fonction  $f$  définie sur un intervalle  $I$  est une fonction qui vérifie  $F'(x) = f(x)$  pour  $x \in I$ . Par exemple, une primitive de la fonction  $x \mapsto 2x$  est  $x \mapsto x^2$

1. Trouver une primitive  $F$  de la fonction définie par  $f(x) = 3x^2$  sur  $\mathbb{R}$ .
2. Trouver une autre primitive  $G$  de  $f$ .
3. Déterminer une primitive sur  $]0; +\infty[$  de chacune des fonctions suivantes :

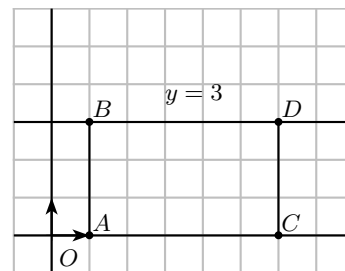
$$f_1(x) = 5x^4; \quad f_2(x) = 3; \quad f_3(x) = 3x^2 - 2x + 1; \quad f_4(x) = \frac{1}{x^2}.$$

4. Soit  $F$  une primitive de  $x \mapsto 2x$ . Soit  $G$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $G(x) = F(x) - x^2$ . Calculer  $G'(x)$ . Qu'en déduire pour  $G$ ? Donner la forme générale d'une primitive de  $x \mapsto x^2$ . Laquelle s'annule en 1 ?

**EXERCICE 2.** Aire sous la courbe d'une fonction constante

On a représenté la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = 3$ .

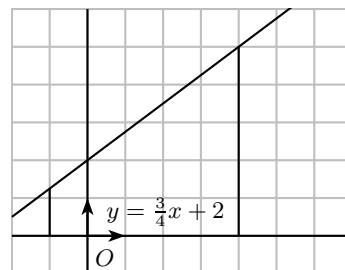
1. Calculer l'aire  $\mathcal{A}$  du rectangle ABCD, en unités d'aires.
2. Trouver une primitive  $F$  de  $f$ .
3. Comparer  $F(6) - F(1)$  et  $\mathcal{A}$ .



**EXERCICE 3.** Aire sous la courbe d'une fonction affine

On a représenté la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = \frac{3}{4}x + 2$ .

1. Calculer l'aire  $\mathcal{A}$  du trapèze délimité par  $y = f(x)$ ,  $y = 0$ ,  $x = 4$  et  $x = 1$ .
2. Trouver une primitive  $F$  de  $f$ . Comparer  $F(4) - F(-1)$  et  $\mathcal{A}$ .

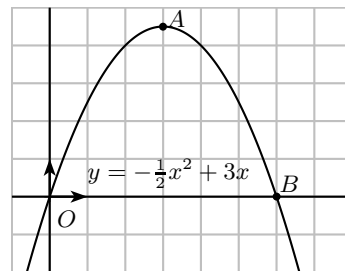


**EXERCICE 4.** Aire sous une parabole.

ARCHIMÈDE a démontré que l'aire d'un secteur compris entre une droite et une parabole était égal à quatre tiers de l'aire du triangle de même base et même hauteur que ce secteur.

On a représenté la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 3x$ .

1. Calculer l'aire  $\mathcal{A}_0$  du triangle  $OAB$ . En déduire l'aire  $\mathcal{A}$  du secteur délimité par  $y = f(x)$  et  $y = 0$
2. Trouver une primitive  $F$  de  $f$ . Comparer  $F(6) - F(0)$  et  $\mathcal{A}$ .



**EXERCICE 5.** En généralisant...

Déterminer l'aire du secteur défini par  $y \geq 0$ ,  $x \geq 1$ ,  $x \leq 9$  et  $y \leq \frac{1}{2\sqrt{x}}$ .