Devoir Maison 10 : pour le -06-01-12-
Terminale ES 2 2011-2012, Y. Angeli

Exercice 1.

Soit v une fonction dérivable et définie sur $[-10;-3[\cup]-3;+\infty[$ dont le tableau de variations est :

x	-10		-3		0		$+\infty$
v	1	$\searrow$	$-\infty$ || $+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	2

On sait également que $v(-5) = -1$ et $v'(-5) = -2$.

1. Étude de v. (on justifiera les réponses à l'aide d'éléments du tableau)
   (a) Quelles sont les asymptotes à la courbe de v ? Justifier.
   (b) Donner une équation de la tangente à la courbe de v au point d'abscisse -5.
   (c) Montrer que $v(x) = 0$ admet une solution unique α sur $[-10;-5]$. Montrer que $v(x) = 0$ admet exactement deux solutions.
   (d) Dresser le tableau de signes de $v(x)$.
   (e) Représenter une courbe possible de f dans le plan muni d'un repère.
2. Soit g la fonction définie par $g(x) = \dfrac{1}{v(x)}$.
   (a) Quel est l'ensemble de définition de g ?
   (b) Exprimer g' en fonction de v' et v. Calculer $g(-5)$ et $g'(-5)$.
   (c) Dresser le tableau de variations de g.
   (d) Quelles sont les asymptotes à la courbe de g ?
3. Soit h la fonction définie par $h(x) = v(x)^2$.
   (a) Exprimer h' en fonction de v' et v. Calculer $h(-5)$ et $h'(-5)$.
   (b) Dresser le tableau de variations de h.
4. Ensemble de définition de $\sqrt{v(x)}$?

Exercice 2.

Le tableau suivant donne le montant (en milliards d'euros) de la dépense des ménages entre les années 2000 et 2009 dans le secteur « biens de consommation » :

Année	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
Rang de l'année x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Montant y_i	129,0	133,3	138,6	143,7	149,5	155,4	162,8	171,3	173,8	175,7

(Source INSEE)

1. En admettant qu'un ajustement affine soit pertinent, quel serait la dépense des ménages en 2010.
2. Quel est le pourcentage d'augmentation de la dépense entre 2000 et 2009 ? À quel pourcentage p d'augmentation annuel moyen cela correspond-t-il ? En admettant que l'augmentation entre 2009 et 2010 soit de $p\%$ quelle prévision obtiendrait-on ?

Exercice 3.

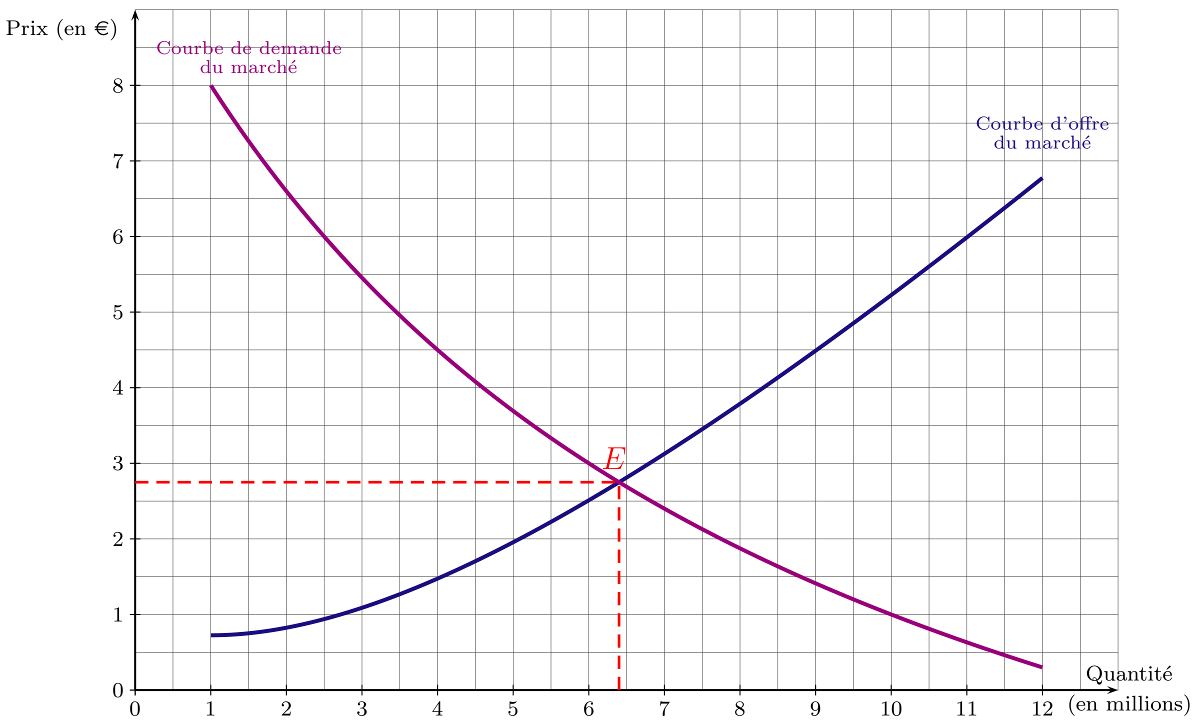
A. Soit f la fonction définie pour tout réel x de l'intervalle $]-8;+\infty[$ par : $f(x)=\dfrac{x^2-1,275x+6,8}{x+8}$.
Sa courbe représentative dans un repère est notée $\mathcal{C}$.

1. (a) Calculer $\lim\limits_{x\to -8} f(x)$. Interpréter graphiquement ce résultat.
   (b) Calculer $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$.
   (c) La courbe $\mathcal{C}$ admet-elle pour asymptote la droite d'équation $y=x-9,275$?
2. Calculer la dérivée f' de la fonction f et en déduire le tableau de variations complet de f.

B. L'offre et la demande désignent respectivement la quantité d'un bien ou d'un service que les acteurs du marché sont prêts à vendre ou à acheter à un prix donné.
Une étude concernant un article A a permis d'établir que :

- $\star$ la fonction d'offre est modélisée par $f : [1;12]\to\mathbb{R},\ q\mapsto \dfrac{q^2-1,275q+6,8}{q+8}$
- $\star$ la fonction demande est modélisée par $g : [1;12]\to\mathbb{R},\ q\mapsto \dfrac{78-6q}{q+8}$

où $f(q)$ et $g(q)$ sont les prix d'un article en euros, pour une quantité q comprise entre 1 et 12 millions d'unités. Les courbes représentatives des fonctions d'offre et de demande sont tracées :



1. On suppose dans cette question que le prix de vente d'un article est de 6 €.
   (a) Par lecture graphique, déterminer une valeur approchée de la quantité d'articles offerte sur le marché.
   (b) Calculer la quantité d'articles demandée sur le marché à ce prix.
   (c) Quel problème cela pose-t-il ?
2. On dit que le marché est à l'équilibre lorsque, pour un même prix, la quantité offerte est égale à la quantité demandée.
   Calculer les quantités échangées au prix d'équilibre et en déduire le prix d'équilibre du marché.