

CONTRÔLE 7 : LOGARITHME -26-01-12-  
Terminale ES2, 2010-2011, Y. Angeli

**Partie A.**

Soit  $f$  la fonction définie sur l'intervalle  $]0; +\infty[$  par

$$f(x) = 18 \ln x - x^2 + 16x - 15.$$

1. Calculer  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  et interpréter graphiquement le résultat.
2. Montrer que pour  $x > 0$ ,  $f(x) = x \left( 18 \frac{\ln(x)}{x} - x + 16 \right) - 15$ . En déduire  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .
3. Calculer  $f'(x)$ . Vérifier que, pour tout nombre  $x$  appartenant à l'intervalle  $]0; +\infty[$ , on a  $f'(x) = \frac{-2x^2 + 16x + 18}{x}$ .
4. Étudier le signe de  $f'(x)$ . En déduire les variations de la fonction  $f$ .
5. (a) Calculer  $f(1)$ .  
(b) Montrer que sur l'intervalle  $[18; 19]$  l'équation  $f(x) = 0$  admet une solution unique  $\alpha$ . Déterminer une valeur approchée par défaut de  $\alpha$  à  $10^{-2}$  près.  
(c) En déduire le signe de  $f(x)$  pour tout  $x$  appartenant à l'intervalle  $[0,5; 25]$ .

**Partie B.**

Une entreprise fabrique et vend à des particuliers des panneaux solaires photovoltaïques produisant de l'électricité. Elle en produit chaque mois entre 50 et 2500.

Si  $x \in [0,5; 25]$  représente le nombre de centaines de panneaux solaires fabriqués et vendus, alors on admet que  $f(x)$  représente le bénéfice mensuel de l'entreprise, en milliers d'euros.

1. Justifier les réponses aux questions suivantes à partir de la partie A.
  - (a) Quels sont le nombre minimal et le nombre maximal de panneaux que l'entreprise doit produire et vendre pour être bénéficiaire ?
  - (b) *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

L'entreprise peut-elle réaliser un bénéfice mensuel de 100000 € ? Justifier la réponse.

2. On admet que la fonction  $G$  définie sur l'intervalle  $]0; +\infty[$  par  $G(x) = x \ln x - x$  est une primitive de la fonction logarithme népérien sur l'intervalle  $]0; +\infty[$ . En déduire une primitive  $F$  de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $[0,5; 25]$ .
3. *Rappel : soit  $f$  une fonction définie et continue sur un intervalle  $[a; b]$ , où  $a < b$ . La valeur moyenne de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $[a; b]$  est le nombre réel  $m$  défini par*

$$m = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx.$$

Déterminer la valeur moyenne du bénéfice mensuel de l'entreprise, arrondie à la centaine d'euros, lorsque celle-ci produit et vend entre 100 et 1800 panneaux solaires.