Contrôle 3 -18-11-11-
Terminale ES 2, Y. Angeli, 2011-2012

Exercice 1.

Prouver que l'équation $x^3 + x = 1$ admet une solution unique sur $]0;1[$, que l'on encadrera à 10^{-2} près.

Exercice 2.

Durant l'année 2000, on a recensé dans plusieurs provinces du Canada le pourcentage x_i de ménages qui détiennent des armes à feu, ainsi que le nombre y_i d'homicides commis dans chacune de ces provinces pour 100 000 habitants. (*tous les résultats de l'exercice seront arrondis à 0,1 près).*

Province i	CB [1]	Man. [2]	Ont. [3]	Que. [4]	Sas. [5]	Yuk. [6]
% de ménages armés : x_i	$2,10$	$2,61$	$1,34$	$2,04$	$2,58$	$6,57$
homicides pour 100 000 h : y_i	24	28	12	23	32	67

1. Représenter le nuage des points $M_i(x_i; y_i)$ dans un repère d'unité 2cm pour 1% de ménages armés en abscisses et 2cm pour 10 homicides (pour 100 000 habitants) en ordonnée.
2. Donner (sans justifier) les coordonnées du point moyen du nuage G. Placer G sur le graphique.
3. Donner (sans justifier) une équation de la droite d'ajustement des moindres carrés d. Représenter d.
4. Donner la somme S des carrés des résidus de l'ajustement d. (sans justifier). Que peut-on dire de la somme des carrés des résidus associée à un autre ajustement affine ?
5. Si dans un état, 50% des ménages possèdent des armes à feu, à quel nombre d'homicides pour 100 000 habitants peut-on s'attendre ?
6. En dessous de quel pourcentage de ménages armés peut-on espérer avoir moins de 10 homicides pour 100 000 habitants ?

Exercice 3.

Soit f la fonction définie sur $]-1;+\infty[$ par $f(x) = \dfrac{-x^2 - x - 2}{2x+2}$. On note $\mathcal{C}$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé d'unité 1 cm.

1. Déterminer les coordonnées du point d'intersection de $\mathcal{C}$ avec l'axe des ordonnées.
2. Calculer la limite de f en $+\infty$. Interpréter le résultat.
3. Calculer la limite de f en -1. Interpréter le résultat.
4. Déterminer $a, b, c \in \mathbb{R}$ tels que pour tout $x \in]-1;+\infty[$ on ait $f(x) = ax + b + \dfrac{c}{2x+2}$.
5. Démontrer que la droite $\mathcal{D}$ d'équation $y = -\dfrac{x}{2}$ est asymptote oblique à $\mathcal{C}$ en $+\infty$.
6. Justifier l'affirmation suivante : « pour de grandes valeurs de x, $f(x)$ est presque proportionnelle à x ».
7. Étudier la position relative de la courbe $\mathcal{C}$ et de la droite $\mathcal{D}$.
8. Montrer que $f'(x) = -2 \times \dfrac{x^2 + 2x - 1}{(2x+2)^2}$ pour tout $x \in]-1;+\infty[$.
9. Dresser le tableau de variations complet de f.
10. Représenter $\mathcal{D}$, les tangentes horizontales de $\mathcal{C}$, les points d'intersection de $\mathcal{C}$ avec les axes et $\mathcal{C}$ elle-même.

1. Colombie Britanique 2 .Manitoba 3. Ontario 4. Quebec 5. Saskatchewan 6. Yukon