Contrôle Commun 2h -12-10-11-
Terminale ES, 2011-2012

Sauf mention du contraire, tous les résultats doivent être soigneusement justifiés. La précision et la clarté de la rédaction seront évalués. Les calculatrices sont autorisées mais ne doivent pas être prêtées.

Exercice 1.

Soient $u : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ x \mapsto -x^3 + 2x + 7$, et $\mathcal{C}$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé. Soit $\mathcal{P}$ la parabole représentant la fonction $v : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto 2x^2 - x + 7$.

1. Calculer, pour $x \in \mathbb{R}$, $u'(x)$. Dresser le tableau de variations de la fonction u.
2. (a) Démontrer que l'équation $u(x) = 0$ admet une solution unique $\alpha \in]0; 2[$.
   (b) Donner un encadrement de α d'amplitude 10^{-2}.
3. (a) Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $u(x) - v(x) = -x(x^2 + 2x - 3)$.
   (b) En déduire la position relative de $\mathcal{C}$ et $\mathcal{P}$.

Exercice 2.

La fonction h est définie et continue sur $]0; +\infty[$. Son tableau de variations est le suivant :

x	0		1		4		$+\infty$
			0				-1
h		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	
	$-\infty$				-2		

1. La courbe représentative de h dans le plan muni d'un repère orthonormé admet-elle des asymptotes ? Si oui, donner une équation de chacune d'entre elles.
2. Démontrer que l'équation $h(x) = -1$ admet une solution unique sur l'intervalle $]1; 4[$.
3. Sans justifier, donner le nombre de solutions de l'équation $h(x) = -2$.
4. Représenter une courbe possible de la fonction h.

Exercice 3.

Soit f la fonction définie par $f(x) = \dfrac{4 - 2x}{x + 3}$ pour tout $x \in] - 3; +\infty[$. On note $\mathcal{C}$ la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ d'unité 1 cm.

1. Déterminer $\lim\limits_{x \to -3} f(x)$. Interpréter le résultat en terme d'asymptote.
2. (a) Démontrer que pour tout $x \in] - 3; +\infty[$, $f(x) = -2 + \dfrac{10}{x + 3}$.
   (b) Déterminer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$. Interpréter le résultat en terme d'asymptote.
3. (a) Pour tout $x \in] - 3; +\infty[$, calculer $f'(x)$.
   (b) Dresser le tableau de variations complet de f.
4. (a) Déterminer l'ensemble des points d'intersection de $\mathcal{C}$ avec l'axe des abscisses.
   (b) Déterminer l'ensemble des points d'intersection de $\mathcal{C}$ avec l'axe des ordonnées.
5. Représenter les asymptotes de $\mathcal{C}$, les points d'intersections de $\mathcal{C}$ avec les axes et $\mathcal{C}$.